Anno VII. TORINO, Marzo 1913. Num. 3.

RIVISTA DI ASTRONOMIA

E SCIENZE AFFINI

Bollettino della Società Astronomica Italiana

EDITO DALLA STESSA

Sede Principale: **TORINO, Via Maria Vittoria, num. 23**

presso la Società Fotografica Subalpina

Abbonamento per l'Italia e l'Estero L. 12 all'anno

Un fascicolo separato L. 1.

Deposito per l'Italia: Ditta G. B. Paravia e Comp. (Figli di I. Vigliardi-Paravia) Torino-Roma-Milano-Firenze-Napoli.

TORINO

Stabilimento Tipografico G. U. Cassone succ.

Via della Zecca, 11.

1913.

SOCIETÀ ASTRONOMICA ITALIANA = TORINO =
Via Maria Vittoria, N. 23

presso la SOCIETÀ FOTOGRAFICA SUBALPINA

Fondata nel 1906

Consiglio Direttivo

Presidente: Dott. VINCENZO CERULLI - Roma, via Palermo, 8.

Vicepresidente: Prof. Ing. OTTAVIO ZANOTTI BIANCO - Torino, via Della Rocca, 28.

Segretario: Dott. GIUSEPPE ALESS. FAVARO - Torino, R. Osservatorio Astronomico, Palazzo Madama.

Consiglieri: Prof. NICODEMO JADANZA - Torino, via Madama Cristina, 11. — Prof. P. CAMILLO MELZI D'ERIL - Firenze, Osservatorio Astronomico Collegio « Alla Querce » — Prof. CARLO FABRIZIO PARONA - Torino, palazzo Carignano — Geom. ILARIO SORMANO - Torino, corso Castelfidardo, 25

Tesoriere: Dott. FELICE MASINO - Torino, via Maria Vittoria, 6.

Avviso relativo alla Corrispondenza della Società.

1° L'invio delle quote sociali, degli abbonamenti alla Rivista, delle inserzioni, ecc. deve essere fatto al *Tesoriere* dottor FELICE MASINO, via Maria Vittoria, num. 6, Torino.

2° Per la redazione della Rivista, i Soci che desiderano pubblicare articoli e notizie sono pregati di inviare i manoscritti al dott. **V. Cerulli**, Roma, via Palermo, 8, e di inviare poi le bozze al dott. **G. A. Favaro**, Torino, Tipografia Cassone, via della Zecca, 11.

2° Per l'ordinaria amministrazione della Società, indirizzare la corrispondenza al *Segretario della Società Astronomica Italiana*, via Maria Vittoria, 23, Torino.

La Direzione della *Rivista di Astronomia* ha disponibili ancora alcune copie delle annate arretrate 1907-8-9-10, le quali saranno cedute ai Signori Soci della « Società Astronomica Italiana », al prezzo di favore di **L. 5** per ogni annata.

Per i non soci esse sono messe in vendita a **L. 10** ciascuna.

Anno VII. Torino, Marzo 1913. Num. 3.

RIVISTA DI ASTRONOMIA
E SCIENZE AFFINI
Bollettino della Società Astronomica Italiana
(edito dalla stessa)

La Pasqua e il suo computo

Tutti sanno che la Pasqua più bassa di tutte, quella del 22 marzo, e la più alta, quella del 25 aprile, sono molto rare, la Pasqua ordinariamente movendosi nell'intervallo dal 28 marzo al 21 aprile, ma non tutti si rendono facilmente ragione della cosa, ed a molti che pur sanno calcolare la Pasqua con la formola di Gauss sfugge la relazione di distanza fra gli anni in cui la Pasqua si ripete al medesimo giorno, relazione che dà l'immediato perchè della frequenza delle Pasque di media data. So per altro di un Consocio nostro cui ha fatto qualche luce sull'argomento una semplice occhiata all'*Annuaire du Bureau des longitudes*, tanto opportunamente raccomandato dal prof. Abetti nelle pagine di questa stessa Rivista. L'annata 1913 di detto annuario, apparsa in dicembre scorso, reca a pag. 116-119 una Tabella delle Pasque dal 1583 (anno successivo a quello della riforma del Calendario) al 3000. Le Pasque vi sono ordinate cronologicamente sopra linee di dieci Pasque ciascuna, e salta agli occhi il ripetersi frequente della stessa Pasqua lungo linee diagonali. Il Consocio, appena visto quel quadro, si affrettò a scrivermi: « Ho osservato che la Pasqua ha in generale la tendenza a ripetersi tal quale in capo ad undici anni, e molte volte si produce due, tre e fin quattro volte di seguito. Per esempio la Pasqua venne al 16 aprile nel 1843, 1854, 1865, 1876, verrà al 31 marzo nel 2211, 2222, 2233, 2244 ecc. ecc.. Invece, la Pasqua *bassissima* del 22 marzo trovo che ci fu nel 1598, nel 1693, nel 1761, nel 1818 e ci sarà ancora nel 2285, 2353, 2437, 2505, 2972: così pure quella del 25 aprile, la famosa Pasqua di S. Marco, che per vecchia profezia dovrà venir l'anno della fine del mondo (e che perciò fu molto temuta nel 1886!) trovo che non ci sarà più di 14 volte in tutto quel lungo periodo di ben 1418 anni. Dunque, nè la Pasqua bassissima nè l'altissima presen-

tano traccia della ricorrenza undecennale, e forse per questo sono tanto rare. Ma se tale è la ragione prossima o immediata, qual'è la causa prima che produce entrambi questi fenomeni ?... Rispondetemi, se potete, nella *Rivista* e non privatamente, perchè forse anche altri Soci desiderano, come me, rinfrescare tali cognizioni, senza bisogno di andare a consultare in biblioteca i polverosi volumi della Calendariografia ».

Accontento ben volentieri lo studioso amico, perchè mi lusingo che l'argomento del còmputo della Pasqua debba veramente, com'egli crede, riuscire interessante a molti e non apparir fuori luogo in un Periodico di Astronomia. Si tratta di un problema in gran parte astronomico, dalla cui secolare maturazione l'Astronomia trovò indubbiamente da avvantaggiarsi. Fu utilissimo dal punto di vista scientifico che la Pasqua si mettesse alla dipendenza da determinate posizioni del Sole e della Luna e che si volesse essere in grado di calcolarla anche per gli anni del più remoto avvenire. I nostri padri del secolo VI dovettero a tal fine ingegnarsi di creare un calendario che inquadrasse armonicamente l'anno lunare nel solare. E dopo che undici secoli di osservazioni ebbero messi in luce gli errori di un tal calendario, gli astronomi del Rinascimento si trovarono nella necessità di sostituirgliene un altro, astronomicamente più perfetto, solo perchè si volle che la data della Pasqua non solo nominalmente ma effettivamente ed in perpetuità rispondesse alla determinazione fattane dalla Chiesa. Se non ci fosse stata la pia ripugnanza a veder la Pasqua, contro l'esplicita sanzione del Concilio Niceno, uscire dal *primo mese* per avviarsi verso i mesi dell'estate, ed abbandonare il plenilunio per andare a cadere, in progresso di tempi, nel novilunio (*quae res quantum incommodi secum allatura fuerit nemo est qui non videat*, scriveva il capo dei riformatori del Calendario), nessuno si sarebbe curato d'impedire che gli errori dell'anno giuliano e del ciclo lunare venissero accumulando i loro effetti attraverso i secoli, e forse non si sarebbe sentito neanche il bisogno di porre in sodo l'entità di tali errori, in epoche nelle quali le scienze d'osservazione ancora dormivano il loro lungo sonno. Bastino queste poche considerazioni a dimostrare quanto benemerita dell'astronomia sia la Pasqua mobile [1] e

---

(1) In questi ultimi anni un astronomo di Germania, ben noto per le sue spiccate tendenze antimisoneiche, non meno che per la indiscutibile altezza del suo sapere, si è fatto a proporre che la Chiesa svincoli la Pasqua dalla Luna, e la faccia dipendere esclusivamente dal Sole, fissandola, per esempio, alla terza domenica dopo l'equinozio, e ciò per evitare un preteso doppio inconveniente, che cioè, con la troppo ampia escursione attuale, la Pasqua non rappresenti un termine abbastanza definito e comodo nei

quanto degno di studio il suo còmputo, del quale tenteremo di abbozzare in queste pagine i tratti più essenziali.

*
* *

La Pasqua essendo stabilita dalla Chiesa alla prima Domenica dopo il plenilunio primaverile, che è il plenilunio del 21 marzo o il primo plenilunio dopo il 21 marzo, è chiaro che la data ne è determinata quando si conosca la data del detto plenilunio ed il giorno della settimana che vi corrisponde. In quest'anno 1913, per esempio, se io so che il plenilunio di primavera ha luogo il 22 marzo e so di più che il 22 marzo è un Sabato, posso conchiuderne che la Pasqua è il giorno appresso, 23 marzo.

Primo còmpito dunque degli autori del Calendario romano, per assegnare la Pasqua ai diversi anni, è stato quello di mettere a posto i pleniluni. A ciò si è prestato egregiamente il cosidetto ciclo diciannovennale, o ciclo di Metone, secondo il quale, in capo a 19 anni i pleniluni (ed in generale le stesse fasi della Luna) rivengono nelle stesse date. Ed ecco come di tal ciclo si è fatta applicazione. Impiegandolo a ritroso, si è arrivato a stabilire che nell'anno *zero* dell'êra volgare (ossia quello che gli storici chiamano l'anno *uno avanti Cristo*), se fosse stato in vigore il Calendario medesimo, che fu creato dalla Chiesa mezzo millennio più tardi, la data di uno dei pleniluni sarebbe stata il 5 aprile. Questo si ritenne dunque per plenilunio primaverile, o come anche più precisamente possiamo dire, *pasquale* dell'anno *zero*. Per fissare i pleniluni pasquali degli anni seguenti, bisogna considerare che 12 lunazioni contengono 11 giorni, circa, meno di un anno giuliano, onde da un anno al seguente le fasi lunari devono anticipare di 11 giorni. Perciò nell'anno 1 il plenilunio cadde al $31 + 5 - 11 = 25$ marzo. Nell'anno 2 sarebbe venuto al $25 - 11 = 14$ marzo, ma questa data essendo anteriore all'equinozio, che si suppone *invariabilmente* iscritto al 21 marzo, vi si aggiunge una lunazione di 30 giorni, e si porta il plenilunio al $14 + 30 - 31 = 13$ aprile. Seguitando di questo passo si comprenderà agevolmente la seguente Tabella dei primi 19 pleniluni pasquali:

---

rapporti della vita civile, e d'altra parte, quando venga in certe date di grande animazione nel mondo degli affari, come ad esempio il 1° di aprile (!), sensibilmente disturbi il corso degli affari stessi. Una sì prosaica ed antiestetica proposizione ha sorpreso ed addolorato molti, non perchè possa temersi che la Chiesa sia mai per raccoglierla, ma perchè fatta da un astronomo. Ad un astronomo deve più che a qualsiasi altro uomo d'intelletto apparir venerando il còmputo tradizionale della Pasqua, e degno che non lo si lasci cader mai in disuso.

Anno		Anno		Anno	
0	5 aprile	7*	18 aprile	13*	12 aprile
1	25 marzo	8	7 aprile	14	1 aprile
2*	13 aprile	9	27 marzo	15	21 marzo
3	2 aprile	10*	15 aprile	16*	9 aprile
4	22 marzo	11	4 aprile	17	29 marzo
5*	10 aprile	12	24 marzo	18*	17 aprile
6	30 marzo				

nella quale gli anni contrassegnati con asterisco * sono quelli in cui la sottrazione di 11 giorni porterebbe sotto al 21 marzo, onde si è dovuto passare alla lunazione successiva, aggiungendo 30 giorni.

Per passare dal primo ciclo diciannovennale al secondo, ossia dall'anno 18 al 19 dell'êra volgare, se si sottraessero 11 giorni dal 17 aprile, si avrebbe il 6 aprile, ma si tolgono invece 12 giorni e si ricomincia a contare come nel primo ciclo: 5 aprile, 25 marzo, 13 aprile, ecc. ecc. Per capire la ragione che ci autorizza a ciò, bisogna riflettere che l'equazione dianzi accennata:

$$12 \text{ lunazioni} = 1 \text{ anno} - 11 \text{ giorni}$$

era solo un'approssimazione. L'equazione più esatta è questa:

$$12 \text{ lunazioni} = 1 \text{ anno giuliano} - 10^d.8829.$$

Perciò se noi sottragghiamo 19 volte di seguito il numero 11^d invece di $10^d.8829$, il plenilunio dell'anno 19 verrà più basso del vero di 0.1171×19 ossia di $2^d.2249$. Ma d'altra parte nei 7 anni contrassegnati dall'asterisco * noi aggiungiamo una lunazione computata in 30 giorni, mentre la durata media di essa dovrebbe porsi $= 29^d.5306$. Ne risulta che il plenilunio dell'anno 19^{mo} sia, per tal ragione, da diminuire di:

$$7(30 - 29.5306) = 7 \times 0.4694 = 3^d.2858.$$

La correzione complessiva da arrecare al plenilunio sarà dunque:

$$+ 2.2249 - 3.2858 = - 1^d.0609$$

ossia bisogna effettivamente nell'anno 19^{mo} diminuire di una unità la data 6 aprile che si presenterebbe per il plenilunio, e ricollocare questo al 5 aprile, come nell'anno *zero*.

Così facendo, noi trascuriamo però i decimali 0.0609 della correzione or ora determinata, ed anzi un calcolo con più decimali farebbe vedere che la frazione trascurata sia più precisamente $= 0^d.0618$: ciò che vuol dire che in capo a 19 anni le fasi lunari non tornano esattamente allo

stesso momento, ma $\frac{618}{10000}$ di giorno prima, e si vede subito che questo anticipo, dopo revoluti $\frac{10000}{618} = 16.18$ cicli lunari, ossiano

$$16.18 \times 19 = 307 \text{ anni circa,}$$

viene a formare un giorno intero. Noi possiamo dunque adottare bensì il ciclo lunare di Metone, ma dobbiamo rammentarci che le date cicliche dei plenilunî vanno diminuite di un giorno ogni 307 anni.

Calendario antico. — L'autore del Calendario antico (o giuliano), Dionigi il piccolo, non si curò di codesta correzione da apportarsi ai plenilunî ciclicamente computati, onde la tabella suddescritta ebbe ai suoi occhi una validità perpetua. Il ciclo di Metone fu da lui ritenuto per rigorosamente esatto ed i plenilunî pasquali ricevettero 19 sedi fisse per tutti i tempi. Per segnare le quali nel calendario egli ricorse al sistema (già cognito ai greci) dei *numeri d'oro*. Attribuì il numero d'oro 1 al primo anno del ciclo, cioè a quello che porta il plenilunio pasquale sotto il 5 aprile, il numero d'oro 2 all'anno che ha il plenilunio al 25 marzo e così via. Per tal modo la tabella *temporaria* di pag. 100 diventò per Dionigi il piccolo, e restò fino al 1582, la tabella *perpetua* seguente:

Numero d'oro	Plenilunio pasquale	Numero d'oro	Plenilunio pasquale	Numero d'oro	Plenilunio pasquale
1	5 aprile	8	18 aprile	14	12 aprile
2	25 marzo	9	7 aprile	15	1 aprile
3	13 aprile	10	27 marzo	16	21 marzo
4	2 aprile	11	15 aprile	17	9 aprile
5	22 marzo	12	4 aprile	18	29 marzo
6	10 aprile	13	24 marzo	19	17 aprile
7	30 marzo				

Si vede che nel Calendario antico, per sapere il giorno del plenilunio pasquale bastava conoscere il numero d'oro dell'anno proposto. E il numero d'oro d'un anno qualunque A, avendo i cicli successivi cominciamento dagli anni dell'êra volgare 0, 19, 38, 57, ecc., ecc., si ottiene evidentemente prendendo il resto della divisione di $A + 1$ per 19. Sia proposto per es. l'anno 1537. Dividendo 1538 per 19 trovo $1538 = 19 \times 80 + 18$. Questo risultato vuol dire che contando i cicli diciannovennali dall'anno *zero*, l'anno 1537 sta nell'80° ciclo e vi occupa il 18° posto. Il numero d'oro del 1537 è dunque 18 e la tabella precedente ci dice che il plenilunio pasquale cadde al 29 marzo. Naturalmente,

poi, se il resto della divisione fosse zero il numero d'oro sarebbe da porre = 19 perchè con l'anno proposto si chiuderebbe un ciclo.

Nell'esempio precedente abbiamo scelto a disegno un anno anteriore alla riforma, per opera della quale il calcolo dei pleniluni, pur conservando la stessa forma, ha un po' perduto della sua primitiva semplicità.

Calendario gregoriano. — La riforma gregoriana cadde su due punti. Da una parte si tenne conto della differenza fra l'anno giuliano di 365,25 giorni e l'anno vero astronomico di $365^d.2422$, coll'omissione dei dieci giorni 5-14 ottobre 1582 e col togliere il bissesto dagli anni secolari non divisibili per 400. Così si ottenne che l'equinozio di primavera restasse effettivamente sempre attorno al 21 marzo. D'altra parte si stabilì di correggere le fasi lunari dall'errore al quale vanno incontro col prolungato impiego del ciclo di Metone.

Secondo il calcolo poc'anzi riportato, il ciclo sbaglia di un giorno in 307 anni, ma gli astronomi della riforma, poggiandosi sopra un valore leggerissimamente diverso da quello accettato oggi per la durata media di una lunazione, giudicarono che l'anticipazione di un giorno nei pleniluni richiedesse 312 anni e mezzo, e fosse perciò di 4 giorni in 1250 anni. Ammettendo quindi che la tabella di Dionigi fosse stata esatta per la metà del VI secolo (550), ritennero che tre anticipazioni di un giorno ciascuna, fossero spettate agli anni 850, 1150, 1450 ed una quarta dovesse aver luogo nel 1800.

Il diminuir di un giorno la data dei pleniluni ciclici si chiamò *fare un'equazione lunare*, e come si vede per l'intervallo 550-1800, facendo tre equazioni intervallate da 300 anni, ed una quarta dopo una pausa di 350 anni, si viene ad ottenere che la Luna ciclica perda in 1250 anni, in modo abbastanza uniforme, i 4 giorni che avrebbe avuti di ritardo sulla Luna vera. Ma il far l'equazione lunare a metà di un secolo non appariva ai riformatori del Calendario cosa commendevole, e se or ora abbiam parlato delle equazioni del 850, 1150, 1450, il lettore ha facilmente inteso che queste furono solo *supposte* dai riformatori, per comodità di calcolo. La prima equazione effettivamente attuata fu quella del 1800, a partir dalla quale si stabilì che un'equazione si facesse ogni 300 anni, 8 volte di seguito, e poi si lasciassero passare 400 anni fino alla nona equazione che apre la seconda serie delle equazioni stesse.

Ecco dunque le epoche delle equazioni lunari :

1ª serie	1800	2100	2400	2700	3000	3300	3600	3900
2ª serie	4300	4600	4900	5200	5500	5800	6100	6400
3ª serie	6800	7100	7400	7700	8000	8300	8600	8900
. . . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .

È bene osservare che queste serie stabilite dai riformatori del Calendario non soffriranno tanto presto modificazione dal fatto che l'anticipo di un giorno interviene in 307 anni anzichè in 312 1/2. Giacchè ciò equivale a dire che in 2500 anni invece di 8 equazioni esatte, ve n'entrano 8,1, onde appena in 25000 anni la tabella sarà in errore di un giorno.

Con questa correzione sistematica si è ottenuto di perfezionare l'uso pratico del ciclo diciannovennale, ma nel calcolo dei plenilunî restano ancora a considerare gli effetti della *grande* e delle *piccole equazioni solari.*

Essendosi tolti 10 giorni all'anno della riforma, 1582, i plenilunî che seguirono al 4 ottobre vennero ad avere una data per 10 giorni più alta di quella che sarebbe stata nel ciclo lunare corretto. Questa fu la *grande equazione solare* $= + 10^d$, cui si aggiunsero e si aggiungeranno le piccole equazioni $= + 1^d$, aventi sede negli anni secolari non divisibili per 400. Questi sono: 1700, 1800, 1900. 2100, 2200, ecc., ecc. Se noi quindi sommiamo le equazioni lunari (negative) con le solari (positive) troviamo da far le seguenti correzioni alla tabella dei plenilunî di Dionigi, valida fino all'850 d. C.

Nell'anno	850	i pleniluni dimin. di 1 giorno. Correz. delle date		= − 1
»	1150	altro giorno di diminuzione.	Corr. tot.	= − 2
»	1450	» »	»	− 3
»	1582	(anno della riforma) 10 giorni d'aumento	»	3 + 10 = + 7
»	1700	Equazione solare, 1 giorno d'aumento	»	+ 8
»	1800	Equazione solare ed equazione lunare che mutuamente si elidono	»	+ 8
»	1900	Equazione solare $= + 1^d$	»	+ 9
»	2000	Nessun cambiamento	»	+ 9
»	2100	Equazione ☾ + equazione ⊙ = 0	»	+ 9
»	2200	Equazione ⊙ $= + 1^d$	»	+ 10

. . . .

Volendo dunque conoscere quello che diventa la tabella dei plenilunî pasquali nell'epoca nostra, ed anzi nei 300 anni dal 1900 al 2199 (secoli XX, XXI, XXII), dobbiamo aggiungere 9 alle date della tabella di pagina 101. Così otteniamo:

Numero d'oro	Plenilunio pasquale	Numero d'oro	Plenilunio pasquale	Numero d'oro	Plenilunio pasquale
1	14 aprile	8	27 aprile	14	21 aprile
2	3 aprile		28 marzo		22 marzo
3	22 aprile	9	16 aprile	15	10 aprile
	23 marzo	10	5 aprile	16	30 marzo
4	11 aprile	11	24 aprile	17	18 aprile
5	31 marzo		25 marzo		17 aprile
6	19 aprile	12	13 aprile	18	7 aprile
	18 aprile	13	2 aprile	19	26 aprile
7	8 aprile				27 marzo.

Qui abbiamo da osservare che quando, aumentando di 9 unità le date di Dionigi, si oltrepassasse il 18 aprile, che è il termine superiore del plenilunio pasquale, si deve scendere al plenilunio precedente, togliendo 30 giorni. Così sotto il numero d'oro 3 il plenilunio, salendo al 22 aprile, non sarebbe più pasquale, onde gli vien sostituito quello del 23 marzo. Analoga osservazione è da fare nei pleniluni 8, 11, 14, 19. Ma sotto il numero d'oro 6 si presenterebbe il 19 aprile, ed abbassando la data di 30 dì, si verrebbe al 20 marzo che è un giorno prima dell'equinozio e che quindi neanche può esser sede di plenilunio pasquale. In tal caso il plenilunio si mette al termine superiore, 18 aprile. Finalmente, al numero d'oro 17 si presenterebbe il plenilunio nuovamente al 18 aprile, ove già lo si è messo quando il numero d'oro fu 6. Ora è regola che mai, durante uno stesso ciclo diciannovennale, il plenilunio possa stare due volte nella stessa data. In osservanza di tale disposizione il plenilunio ora detto viene retrocesso di un giorno e passa al 17 aprile.

Nella tabella precedente, dunque, quando sotto un certo numero d'oro si trova una doppia indicazione, quella superiore dà il risultato diretto del calcolo e quella inferiore dà l'effettivo plenilunio adottato dalla Chiesa per le ragioni ora esposte.

Epatte. — Abbenchè non sostanzialmente necessarie per il computo della Pasqua, le epatte di Lilio sono, nel Calendario gregoriano, un mezzo inteso a rendere affatto meccanico il calcolo dei novilunî, e ad evitare eventuali errori od arbitri nella iscrizione del ciclo lunare.

Rifacciamoci indietro fino all'epoca immediatamente successiva alla riforma (1583-1699), per la quale abbiam visto precedentemente (pag. 103) che i plenilunî di Dionigi dovevano subire un ritardo di 7 giorni, e registriamo nella tabella qui appresso i plenilunî pasquali, insieme ai novilunî [1] corrispondenti, per il periodo indicato.

Periodo 1583-1699.

Numero d'oro	novilunio	Plenilunio pasquale	Numero d'oro	novilunio	Plenilunio pasquale
1	30 marzo	12 aprile	11	10 marzo	23 marzo
2	19 marzo	1 aprile	12	29 marzo	11 aprile
3	8 marzo	21 marzo	13	18 marzo	31 marzo
4	27 marzo	9 aprile	14	5 aprile	18 aprile
5	16 marzo	29 marzo	15	26 marzo	8 aprile
6	4 aprile	17 aprile	16	15 marzo	28 marzo
7	24 marzo	6 aprile	17	3 aprile	16 aprile
8	13 marzo	26 marzo	18	23 marzo	5 aprile
9	1 aprile	14 aprile	19	12 marzo	25 marzo
10	21 marzo	3 aprile			

(1) Il novilunio non è il giorno della congiunzione, bensì il giorno dopo: onde vien calcolato sottraendo 13 dalla data del plenilunio.

Ora immaginiamo di aver iscritta nel Calendario la serie decrescente dei numeri da XXX a I, mettendo XXX al 1 gennaio, XXIX al 2 gennaio, ecc., ecc., fino al 30 gennaio cui compete il numero I. Al giorno appresso, 31 gennaio, cominci una seconda serie degli stessi trenta numeri decrescenti, e sotto il 5 febbraio, ove verrebbe a stare il XXV, scriviamo anche il XXIV. Così il I verrà a trovarsi al 28 febbraio. Il 29 febbraio dei bisestili non si considera, ma si ricomincia la serie col XXX sul 1 marzo..... e I sul 30 marzo. Una quarta serie comincia al 31 marzo e termina al 28 aprile, apponendo il doppio numero XXV-XXIV al 5 aprile, e così di seguito. Nel calendario perpetuo, di 365 giorni, vengono in tal modo a trovarsi iscritte 12 lunazioni alternatamente di 30 e 29 giorni, fino al 20 dicembre cui è apposto il numero I. I restanti giorni dell'anno, 21-31 dicembre, prendono rispettivamente i numeri da XXX a XX. Invece del numero XXX si scrive di solito l'asterisco ✳.

Come il lettore ha subito compreso, il mettere due numeri, anzichè un solo, in rispondenza di talune date, ha lo scopo di ottenere le lunazioni di 30 giorni alternate con quelle di 29, il che è necessario, la vera durata della lunazione essendo di circa 29 1/2 giorni. Le date contrassegnate dal doppio numero XXV-XXIV sono le sei seguenti: 5 febbraio, 5 aprile, 3 giugno, 1 agosto, 29 settembre, 27 novembre.

I numeri ora descritti si chiamano *Epatte*, ed hanno naturalmente questa proprietà che i noviluni di uno stesso anno cadono tutti in rispondenza della stessa epatta, la quale si chiama, per ciò, *l'epatta dell'anno* stesso. Per esempio, l'epatta del 1913 essendo = XXII, i noviluni accadono in tutti quei giorni che nel calendario perpetuo sono contrassegnati con XXII. Essi sono: 9 gennaio, 7 febbraio, 9 marzo, 7 aprile, 7 maggio, 5 giugno, 5 luglio, 3 agosto, 2 settembre, 1 ottobre, 31 ottobre, 29 novembre, 29 dicembre. Occorre non perdere di vista che questi sono noviluni ecclesiastici, i quali non rappresentano la congiunzione della Luna col Sole, bensì il primo giorno dell'apparizione della falce lunare vespertina. Le congiunzioni accadono infatti, secondo il *Berliner Jahrbuch*, al 7 gennaio, 6 febbraio, 8 marzo, 6 aprile, 6 maggio, 4 giugno, 4 luglio, 2 agosto, 31 agosto, 30 settembre, 29 ottobre, 28 novembre, 27 dicembre, cioè di solito un giorno prima dei noviluni ecclesiastici surriferiti, onde il lettore vede che esiste accordo abbastanza soddisfacente, per il computo della Pasqua, tra la Luna ciclica e la Luna vera.

Abbiamo sopra veduto che i pleniluni (e quindi anche i noviluni) da un anno al seguente anticipano di 11 giorni. Ciò, usando il mecca-

nismo delle epatte, equivale a dire che l'epatta cresce di 11 da un anno al seguente, giacchè i numeri epattici sono inseriti nel Calendario, come si è detto, in ordine decrescente. Solo nel passaggio da un ciclo lunare diciannovennale al successivo, cioè quando il numero d'oro da 19 torna ad essere 1, l'epatta cresce di 12, anzichè di 11, per la ragione già esposta sopra, che cioè si reintegra il plenilunio alla stessa data del primo anno del ciclo.

Questi fatti ci saranno meglio manifesti se trasformiamo in tabella di epatte la tabella dei novilunî del periodo 1583-1699 (pag. 104). Nella prima linea metteremo i numeri d'oro e nella seconda le epatte corrispondenti, ottenute cercando nel calendario perpetuo i numeri contrassegnanti le diverse date dei novilunî.

Epatte nel periodo 1582-1699.

Numero d'oro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Epatta	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X

Numero d'oro	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Epatta	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX

Si vede che da un anno al seguente l'epatta cresce di 11, togliendosi 30 quante volte l'epatta venisse a superare XXX. Solo per ricominciare il ciclo si aggiunge all'ultima epatta 12, e tolto 30 si riottiene l'epatta I del primo anno ciclico.

Ma nel 1700 essendo omesso il bissesto, ossia fatta l'equazione solare, la precedente tabellina non valse più: i novilunî furono posticipati d'un giorno e le epatte diminuite di una unità, onde alla serie precedente si sostituì quest'altra:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX

11	12	13	14	15	16	17	18	19
XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII

dove la prima epatta * significa, come il lettore sa, XXX.

Una terza serie è entrata in vigore al 1900 per la stessa ragione dell'omissione del bissesto, e si ottiene dalla precedente mercè nuova sottrazione di una unità.

In tutto si hanno 30 serie di epatte, cioè quante sono le epatte stesse, le quali furono da Lilio disposte in un quadro della forma qui appresso accennata.

Tabula epactarum expansa.

	3	4	5		19	1	2
P	*	XI	XXII	. . . . .	XXVI	VIII	XIX
N	XXIX	X	XXI	. . . . .	25	VII	XVIII
M	XXVIII	IX	XX	. . . . .	XXIV	VI	XVII
H	—	—	—	. . . . .	—	—	—
—	—	—	—	. . . . .	—	—	—
—	—	—	—	. . . . .	—	—	—
C	—	—	—	. . . . .	—	—	—
B	—	—	—	. . . . .	—	—	—
A	—	—	—	. . . . .	—	—	—
v	—	—	—	. . . . .	—	—	—
t	—	—	—	. . . . .	—	—	—
s	—	—	—	. . . . .	—	—	—
r	—	—	—	. . . . .	—	—	—
—	—	—	—	. . . . .	—	—	—
—	—	—	—	. . . . .	—	—	—
c	III	XIV	XXV	. . . . .	XXIX	XI	XXII
b	II	XIII	XXIV	. . . . .	XXVIII	X	XXI
a	I	XII	XXIII	. . . . .	XXVII	IX	XX

In prima linea orizzontale son scritti i numeri d'oro, cominciando dal 3. Nella prima colonna a sinistra stanno le lettere alfabetiche maiuscole e minuscole che designano le diverse serie delle epatte. Formata la prima serie P (con la regola di aggiungere sempre 11 ad ogni epatta per passare all'epatta seguente, e 12 quando dal numero d'oro 19 si passa ad 1) tutte le altre serie si deducono per successiva sottrazione di una unità dalla serie precedente, e rimettendo in ogni colonna l'epatta * = XXX nei posti immediatamente successivi a quelli ove è venuta a stare l'epatta I.

Lo scopo della tavola è di ben individuare senza calcoli la serie delle epatte valide per un certo periodo. Quando interviene una equazione lunare, ossia diminuiscono di un giorno le date dei noviluni, le epatte crescono di una unità: perciò alla serie stata valida fino allora si sostituisce la precedente. Si sostituisce invece la seguente quando intervenga un'equazione solare.

Abbiam detto che il calendario perpetuo presenta sotto 6 date le due epatte accoppiate XXV-XXIV, geminazione che ha lo scopo di far le Lune alternatamente di 29 e di 30 giorni. Ora potrebbe sembrare che ciò esponesse all'inconveniente di far cadere due volte durante lo stesso ciclo lunare il novilunio nella stessa data, quando nella serie di epatte rispondente all'epoca che si considera si trovassero ambedue le epatte

XXIV e XXV. Ma all'inconveniente si è ovviato con lo scrivere in ogni serie di epatte in cui figurino entrambe le epatte gemelle, la prima in numeri romani XXIV e la seconda in numeri arabici: 25, e con l'inserire il numero 25 nel calendario perpetuo, nei posti immediatamente superiori a quelli ove è il XXIV. L'espediente è giustificato dal perchè l'epatta arabica 25 si presenta nelle serie N, E, B, *r*, *u*, *k*, *e*, *b* undici anni dopo la XXIV, e si sa che trascorsi undici anni i noviluni tornano un giorno prima, quando non si trascendano i limiti del ciclo.

Tavola compendiata delle Epatte. — Ci siamo precedentemente limitati ad accennare al modo come è redatta la *tabula expansa* ed astenuti dal riprodurla integralmente, per la ragione che vi è un modo di scriverla compendiatamente così che ciascuna epatta non vi figuri più di una sola volta. Ed ecco la tavola compendiata:

Ciclo perpetuo delle Epatte.

C *	c XI	p XXII	F III	f XIV	s 25.XXV	M VI	i XVII	A XXVIII	a IX
m XX	D I	d XII	q XXIII	G IV	g XV	l XXVI	N VII	k XVIII	B XXIX
b X	n XXI	E II	e XIII	r XXIV	H V	h XVI	t XXVII	P VIII	u XIX

L'artifizio di abbreviazione consiste nell'aver scritto di seguito le trenta epatte, intervallandole di 11 unità successivamente, e nell'aver apposto a ciascuna epatta la lettera che le corrisponde nella *tabula expansa*, sotto il numero d'oro 1.

Per sapere come questa tavola dia l'epatta di qualsiasi anno basta un esempio. Sia da trovare l'epatta del 1913 che so appartenere alla serie B, ed avere il numero d'oro 14. A partire dalla casella B conto 14 caselle nella tavola, ripassando alla prima dopo toccata l'ultima. La casella di arresto, che è la terza della prima linea, porta l'epatta XXII. Questa è l'epatta del 1913.

Le serie delle epatte. — La tavola delle epatte precedentemente spiegata permette dunque di determinare l'epatta di un anno qualunque A, quando si conosca il numero d'oro, e si sappia a quale serie di epatte l'anno appartiene. Che il numero d'oro si calcoli prendendo il resto di $\frac{A+1}{19}$ lo abbiamo spiegato. Ci resta a dire come si determini la serie delle epatte, valevole nei singoli casi. Nulla di più pra-

tico a tal uopo, che il mandare a mente i 6 versi seguenti che valgono per 33 secoli a partire dal 1700.

Conducit Cuivis Brevitas, Brevitas Beat Artem
vis Artem verbis tradere? trade tribus;
si solidam rerum rationem reddere quivis
prompte, quam posses nominibus nimiis
nec memoris laedit lectoris lumina karmen
kontra, iucunde iuverit immemorem.

Le iniziali di queste 33 parole sono le lettere che contrassegnano nella tavola delle epatte le serie valide per ogni secolo, dal secolo XVIII in poi ([1]).

Abbiamo quindi:

	Serie		Serie
1700	C	2300	*r*
1800	C	2400	A
1900	B	2500	*v*
2000	B	2600	*t*
2100	B	2700	*t*
2200	A	2800	*t* ecc. ecc.

In altri termini il periodo 1700-1899 è governato dalla serie C, il periodo 1900-2199 dalla serie B, il periodo 2200-2299 da A, il periodo 2300-2399 da *v*, il periodo 2400-2499 di nuovo da A e così via.

Tenendo dunque sotto gli occhi la tabella di pag. 108 ed a mente il *karmen* ora scritto, niente di più facile del determinare i noviluni di un anno qualunque, compreso nei 30 secoli avvenire. Sia proposto ad esempio l'anno 4761. Dalla divisione di 4762 per 19 ho il resto 12. Il numero d'oro è dunque 12. Conto, dopo ciò, le parole del *karmen*, cominciando dal 17 su *Conducit* ed arrestandomi al 47, in rispondenza del quale numero trovo *iucunde*. Dunque la serie delle epatte che fa al mio caso è la *i*. Se a partire dalla casella *i* del ciclo perpetuo delle epatte conto 12 caselle (la *i* compresa), termino su XVIII. Questa è quindi l'epatta del 4761, vale a dire i noviluni cadono nei giorni 13 gennaio, 11 febbraio, 13 marzo, ecc. ecc., ai quali l'epatta XVIII si trova iscritta nel calendario perpetuo.

---

(1) *karmen* e *kontra* sono scritti coi *k* e non col *c*, occorrendo l'iniziale *k* che Lilio non aveva pensato ad evitare, come aveva evitato altre lettere che potevano confondersi con numeri romani o arabici.

Calcolo aritmetico dell'epatta. - Abbenchè rapidissimo, il metodo meccanico-mnemonico ora spiegato, è da taluni posposto al seguente, fondato sulla conoscenza di ciò che si chiama l'*equazione dell'epatta*, e che altro non è che una traduzione in numeri della lettera contrassegnante la serie cui l'epatta che si cerca appartiene.

Introdotto dai riformatori del Calendario il metodo delle epatte, si trovò comodo cominciare dal calcolarle quali sarebbero state nel periodo 1450-1582, ed a queste epatte, che si dissero *giuliane*, applicare aritmeticamente le correzioni necessarie per tener conto delle equazioni lunari e solari da introdursi nel corso dei secoli.

La serie delle epatte giuliane è quella caratterizzata dalla lettera *c*, e che comincia sotto *c* nel ciclo perpetuo di pag. 108. Intendiamo la serie XI, XXII, III, ecc. ecc. Per tenerla a mente i computisti del secolo decimosesto scrivevano la seguente tabellina:

1	4	7	10	13	16	19	+ 10
2	5	8	11	14	17		+ 20
3	6	9	12	15	18		+ 0

il cui uso è dato dall'esempio seguente. Epatta giuliana rispondente al numero d'oro 14. Trovo 14 in seconda riga, onde devo aggiungere 20. Dunque epatta giuliana $= 14 + 20 = 34 =$ IV.

Ora si tratta di passare dall'epatta giuliana alla gregoriana, cioè conoscere il numero da sottrarre alla prima per ridurla alla seconda. È chiaro che dal 1583 al 1699 bisogna togliere all'epatta giuliana i 10 giorni della *grande equazione solare* del 1582, perchè di 10 giorni ritardarono nel calendario perpetuo i noviluni, ossia vennero a corrispondere ad epatte di 10 unità più basse che le giuliane. Nel 1700 si aggiunse un'altra unità alle 10, e per poco il lettore rifletta, trova che qui c'è da ripetere la stessa considerazione fatta a pag. 103. Lì c'eravamo arrestati all'equazione del 2200, ma facilissimo ci diventa ora, mercè il metodo mnemonico, prolungare quanto vogliamo la serie delle equazioni stesse. Partiamo dall'equazione del 1700 che sappiamo essere:

Epatta gregoriana = Epatta giuliana — 11

ed attribuiamo ad essa la prima parola *Conducit*. Per il 1800 abbiamo *Cuiris*, vale a dire la stessa iniziale, dunque l'equazione non muta. Ma nel 1900 si fa un passo dalla lettera iniziale che diventa B. Dunque l'equazione diventa — 12, e senz'altre spiegazioni il lettore intende che:

Epatta gregoriana =	Epatta giuliana	— 12 per 1900-2199	*Brevitas. Brevitas Beat*
»	»	— 13 per 2200-2299	*Artem*
»	»	— 14 per 2300-2399	*vis*
»	»	— 13 per 2400-2499	*Artem*
»	»	— 14 per 2500-2599	*verbis*
»	»	— 15 per 2600-2899	*tradere? trade tribus.*

. . . .

L'essenziale da ritenere è che per l'epoca nostra l'equazione è — 12 onde per un anno qualunque dal 1900 al 2199 bisogna togliere 12 dall'epatta giuliana per aver la gregoriana. Quest'anno 1913 per esempio, il cui numero d'oro è 14, deve, per la tabellina di pag. prec., aver l'epatta giuliana IV. Dunque l'epatta gregoriana è 4 — 12 ossia 34 — 12 = = XXII. Così l'epatta è calcolata senza bisogno di sapere a quale serie appartenga.

***

Autore dei distici sopra riferiti è P. Cristoforo Clavio, gesuita, quegli che presiedette alla riforma del Calendario o piuttosto all'effettuazione della riforma (già ideata e proposta in quasi tutti i particolari, da Luigi Lilio) (1) e che il Calendario nuovo prima difese dagli inconsulti attacchi di Michele Maestlino, e poi diffusamente illustrò con una voluminosa opera di esplicazione.

Sembra che in quell'epoca (fine del secolo XVI) il possedere le più estese tabelle intorno agli articoli del Calendario non si ritenesse cosa bastevole. Si desiderava premunirsi contro l'eventuale perdita delle medesime, creando mezzi mnemotecnici per ricostruirli alla spedita, senza sciupìo di ragionamenti. Un computista si sentiva umiliato al pensiero che « si charta cadit, tota scientia vadit » e voleva portare in testa tutto lo scibile suo, anche le tabelle, aiutandosi parte con versi imparati a mente, parte con operazioni da farsi sulle falangi e sui polpastrelli delle dita. Quell'arte sembra a noi non indegna di rispetto, per quanto abbondino oggi coloro che ne sorridono e la credono destinata

---

(1) Il prof. A. MÜLLER nei suoi *Elementi d'Astronomia*, vol. I, pag. 510, Roma, Desclée, 1904, italianizza « Lilio » in « Giglio », cosa che a noi non sembra lecita, perchè si corre rischio di rendere irreconoscibile un nome entrato già da più di tre secoli nel dominio della storia.

a perpetuo oblìo. Non ne rideva certo un Clavio, il quale non contento di aver provveduto nell'*Apologia*, al calcolo mnemonico delle epatte fino al 4900, con i tre distici sopra riportati, sostituì a questi nell'*Explicatio* altri 6 distici, capaci di spingere la scienza de' novilunî fino all'8700.

Questa scienza verseggiata era, del resto, ben minima parte di tutta quella che si trovava deposta nella grande tavola liliana delle equazioni delle epatte, tavola che arriva nientemeno che all'anno 303300 d. C., e si chiude con le parole: *Atque ita in infinitum, eo ordine ab anno 301700 servato, qui ab anno 1700 servatus est, ut hic factum esse vides* (1).

Curioso il mormorare che fecero contro tanta estensione dei calcoli del Calendario i protestanti, oppugnatori della riforma. Uno di essi, celiando, domandava se per avventura gli astronomi papali fossero di quegli eretici che non credono alla fine del mondo!

***

Nel Calendario antico non si sentì il bisogno delle epatte perchè la serie delle medesime (che sarebbe stata la P) avrebbe conservato la sua validità in perpetuo. Al numero d'oro 1 avrebbe sempre corrisposto l'epatta VIII, al numero 2 l'epatta XIX, ecc. ecc. Tanto valeva, dunque, iscrivere direttamente nel Calendario i numeri d'oro come in effetti si fece, ed il Calendario prese la forma seguente:

Januarius

Aureus numerus	dies mensis
III	1
	2
XI	3
	4
XIX	5
VIII	6
	7
XVI	8
. . . .	. . . .
. . . .	. . . .

(1) C. Clavio: « Romani Calendarii explicatio », Romae, MDCIII, pag. 133. Clavio emendò la tavola di Lilio dall'8100 in poi.

Sapendo, per esempio, che il numero d'oro dell'anno in considerazione era III, i novilunî cadevano in tutte le date cui era apposto il III, vale a dire 1 gennaio, 31 gennaio, 1 marzo, 31 marzo, ecc. ecc. Ma riformato il Calendario in modo da tener più esatto conto dei moti del Sole e della Luna, si resero necessarie le sopra definite *equazioni*, il cui effetto sarebbe stato quello di venir spostando gradatamente nel Calendario i numeri d'oro. Ogni novilunio, e quindi ogni numero d'oro, essendo suscettibile di occupare 30 diversi posti successivi (perchè, per esempio, un novilunio che oggi sotto il numero d'oro 12 cade all'1 gennaio, al sec. 23° sotto lo stesso numero, cadrà al 2 gennaio, nel 26° passerà al 3 gennaio, ecc. ecc. fino ad attraversare nel corso dei secoli le prime trenta date del gennaio) il Calendario perpetuo, per ciò che riguarda l'iscrizione del ciclo lunare, avrebbe dovuto assumere trenta forme diverse, onde invece di un Calendario si sarebbero avuti 30 Calendarî. Ciò parve ai riformatori un serio inconveniente. « Multitudo triginta Calendariorum est valde incommoda, scriveva P. Clavio, tum quod ex ijs facile confusio oriri posset in varijs regionibus, una hoc Calendarium, alia illud eodem tempore usurpante, tum ut ex ijs tabulae Paschales construantur, aetasque Lunae in Martyrologio recte pronuncietur, cum triginta tabulae Paschales, ac triginta Martyrologia pro triginta Calendarijs confici deberent ». Ma anche a prescindere da ciò, la riduzione dei trenta Calendarî ad uno solo, ottenuta col sostituire ai numeri d'oro, fissi di valore ma mobili di posto, le epatte variabili per valore ma fisse di posto, tale riduzione, dico, rappresentava indiscutibilmente una semplificazione del meccanismo del Calendario, e questo veniva ad essere veramente *perpetuo*, in virtù di quel suo indispensabile complemento che è la Tavola delle equazioni delle epatte.

È bene, riassumendo, osservare che con l'adozione delle epatte, il numero d'oro ha solo cessato di essere iscritto nel Calendario, cioè non sta più a segnare i novilunî come faceva nel Calendario antico, ma conserva sempre il suo significato di rappresentante del posto che l'anno ha nel ciclo lunare, onde serve a trovar l'epatta nella serie delle epatte in vigore. Che se le nostre considerazioni abbracciano un periodo durante il quale nessun cambiamento interviene nella serie delle epatte, in tal caso l'epatta, avendo rispondenza univoca col numero d'oro, diventa un inutile ingombro del quale si fa egregiamente a meno.

Faremo uso di tal semplificazione nello studio delle Pasque dei secoli XX, XXI e XXII.

Ciclo solare. — Determinata, mediante il numero d'oro o l'epatta, la data del plenilunio pasquale, resta a conoscerne il posto nella settimana, ossia il nome, poichè solo allora si è in grado di saper la data della Domenica immediatamente successiva, che è la Pasqua.

A ciò provvedono le lettere domenicali ed il loro ciclo, detto *ciclo solare*. Consideriamo anche qui dapprima un caso concreto. L'anno 1905 cominciò di Domenica, ed essendo anno comune, di 365 giorni, che equivalgono a 52 settimane più un giorno, finì anche di Domenica. L'anno appresso, 1906, cominciò e finì di Lunedì. L'anno 1907 cominciò e finì di Martedì, ma l'anno 1908, essendo bisestile, cominciò di Mercoledì, e finì di Giovedì, di modo che l'anno appresso, 1909, cominciò e finì di Venerdì, ecc. ecc. Seguitando il conto a questo modo è facilissimo vedere che in una serie di 28 anni contigui, i nomi dei giorni iniziali procedono come nella settimana, tranne nei 7 passaggi da un bisestile al seguente, nei quali si ha il salto di un nome, e trascorsi i 28 anni, i detti giorni iniziali riacquistano gli stessi nomi e si riproducono nello stesso ordine. Se noi iscriviamo nel Calendario accanto a ciascuna data una delle prime sette lettere dell'alfabeto, da **A** a **g**, ripassando dal **g** all'**A** tutte le volte che la serie delle 7 lettere è esaurita, e chiamiamo *lettera domenicale* di un certo anno la lettera che corrisponde alla prima Domenica, è chiaro che invece di dire che l'anno 1905 cominciò di Domenica, possiam dire che la sua lettera domenicale fu **A**. Similmente l'anno 1906 che cominciò con Lunedì ebbe la prima Domenica al 7 gennaio, quindi la sua lettera domenicale fu **g**. L'anno 1907 e il 1908 ebbero rispettivamente **f** ed **e**, ma l'anno 1909 che cominciò per Venerdì dovè prendere la **c**. Si vede che nei cicli successivi

dal 1905 al 1932
dal 1933 al 1960
. . . .

le lettere si presentano nell'ordine:

Agfe cbAg edcb gfed bAgf dcbA fedc

In ciascun gruppo le lettere procedono in senso inverso a quello dell'alfabeto (immaginando contigue le lettere estreme **A** e **g**) e da ogni gruppo si passa al seguente facendo il salto di una lettera. A questo salto corrisponderebbe una diversità di tipo fra il Calendario dell'anno comune e quello del bisestile. Infatti negli anni comuni il primo marzo avendo la lettera **d**, come facilmente il lettore verifica, questa negli anni bisestili passerebbe al 29 febbraio ed il primo marzo verrebbe a pren-

dere la lettera **e**. Dal 1° marzo in poi, dunque, le lettere dei giorni del bisestile apparirebbero avanzate di un posto rispetto all'anno comune. Ma il Calendario perpetuo a doppio tipo riuscirebbe incomodo. Perciò vi si segnano solo 365 giorni, con l'intelligenza che negli anni bisestili il giorno bissesto, ossia il 25 febbraio, abbia la stessa lettera del 24 che è **f**, il 26 abbia **g**, il 27 **A**, il 28 **b**, il 29 **c**, ed a partire, quindi, dal 1° marzo (**d**) tutti gli altri giorni del bisestile conservino le stesse lettere che negli anni comuni. Questa convenzione permette di dare ai bisestili un contrassegno caratteristico: la *doppia lettera*. Infatti supponiamo che la lettera domenicale del principio di un bisestile sia **g** (ossia che l'anno cominci di lunedì). Il 24 febbraio che porta **f** è un Sabato. Il 25 (bissesto) che è Domenica, porta, per la fatta convenzione, anch'esso **f**. Dunque al 25 febbraio la domenicale non è più **g** ma **f**: e tale rimane naturalmente per tutto il resto dell'anno. Il somigliante accade qualunque sia la lettera domenicale del principio. Sempre nel giorno bissesto, essa si muta nella lettera precedente dell'alfabeto, cosicchè la doppia lettera diventa caratteristica del bisestile. Al ciclo solare si diede nel Calendario antico la forma *perpetua* seguente:

Ciclo solare	lettera domen.	Ciclo solare	lettera domen.	Ciclo solare	lettera domen.	Ciclo solare	lettera domen.
1	gf	8	e	15	c	22	A
2	e	9	dc	16	b	23	g
3	d	10	b	17	Ag	24	f
4	c	11	A	18	f	25	ed
5	bA	12	g	19	e	26	c
6	g	13	fe	20	d	27	b
7	f	14	d	21	cb	28	A

e la ragione fu che calcolando il ciclo a ritroso fino al bisestile 9 avanti Cristo (anno astronomico $= -8$) risultò che questo sarebbe stato del tipo **gf**. Il calcolo fu fatto in base alla convenzione *antica* che ogni quarto anno, senza eccezione, si dovesse considerar bisestile. Fissata per tal modo l'origine del ciclo, era facile calcolarlo per un anno qualunque del Calendario giuliano. Sia proposto, per esempio, l'anno 1520. Dall'anno -8 (compreso) sono trascorsi anni $1520 + 9 = 1529 = 54 \times 28 + 17$, ossia il ciclo di 28 anni è revoluto 54 volte e l'anno che si considera è il 17° del 55° ciclo. Si dice in tal caso: Ciclo solare del 1520 è 17, e cercando 17 nella Tabella precedente si trova che la lettera domenicale del bisestile 1520 è **Ag** [1].

(1) Si vede che la locuzione « ciclo solare » è usata promiscuamente così per denotare l'insieme dei 28 anni, come per indicare il posto che un anno qualunque occupa nel gruppo. In appresso daremo la stessa estensione al termine « ciclo lunare » che potrà significare tanto il ciclo intero di 19 anni, quanto il numero d'oro di un anno qualunque.

Questa regola di trovare il ciclo dell'anno A mediante il resto della divisione $\frac{A + 9}{28}$ vige anche per gli anni posteriori al 1582 ossia per il Calendario gregoriano. Ma la grande equazione solare del 1582 e le piccole degli anni secolari successivi fan sì che ad un dato anno del ciclo solare non corrisponda più la lettera domenicale data dalla Tabella precedente. Infatti per l'anno della riforma 1582 il ciclo solare fu 23, onde si ebbe la lettera **g** (vedi Tabella precedente) fino al 4 ottobre, ed essendo a questa data apposta la lettera **d**, nel Calendario perpetuo, si vede che fu un Giovedì. Ma nel susseguente giorno che fu il Venerdì 15 ottobre, si continuò a tenere in Calendario la lettera che vi è perpetuamente iscritta, cioè **A**, onde la domenicale dello scorcio d'anno passò ad essere **c**, e la lettera dell'anno seguente fu **b**, mentre, essendo nel 1583 il ciclo solare = 24 la lettera giuliana sarebbe stata **f**. Da **f** a **b** nell'ordine diretto **fgAb** sono tre passi. Dunque l'omissione dei dieci giorni produsse nelle domenicali l'avanzamento di tre lettere che naturalmente durò fino al 1700, nella quale epoca per l'omissione del bissesto l'avanzamento in parola fece un altro passo e diventò di quattro lettere. La regola generale è che alla lettera data dalla Tabella di pag. prec. si sostituisca la lettera che la segue di tanti posti (nell'alfabeto) quanti sono i bissesti omessi, più tre. Per la domenicale, ad esempio, di quest'anno 1913, il cui ciclo solare è = Resto $\left(\frac{1922}{28}\right) = 18$, la Tabella ci darebbe **f**, ma i bissesti omessi sono tre (1700, 1800, 1900), onde bisogna avanzare la **f** di $3 + 3 = 6$ posti, o, che è lo stesso, retrocederla di un posto, con che la lettera gregoriana del 1913 si trova essere **e**.

***

La Tabella giuliana delle lettere domenicali da cui, come si è visto, è facile attingere anche la lettera gregoriana di qualsiasi anno, era scritta dai computisti del secolo XVI nella forma seguente:

28	27	26	25
24	23	22	21
20	19	18	17
16	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1
c	**d**	**e**	**fg**
cordati	David	extinxit	funda gigantem

Piuttosto che scriverla, anzi, se la *immaginavano* scritta sulle falangi e sui polpastrelli delle dita della mano sinistra, escluso il pollice che palpando le altre dita, fungeva da contatore. Dei 28 numeri del ciclo solare i primi 12 venivano collocati nelle facce interne, gli ultimi 12 nelle facce esterne delle dette falangi ed i quattro numeri di mezzo, 13, 14, 15, 16 sui polpastrelli, di guisa che il computista portava sulle dita tutti i numeri della precedente Tabellina, e scritti nello stesso ordine. Sotto tali numeri, poi, vale a dire nelle radici delle dita, si immaginavano scritte come nella Tabellina, le lettere **c d e fg**, a rammentar le quali serviva egregiamente l'esametro:

cordati David extinxit funda gigantem.

Ciò posto, se ad un computista domandavate la lettera domenicale di un anno qualunque, anteriore alla riforma, per esempio il 1520, il cui ciclo solare è 17, egli, numerando col pollice le falangi all'interno ed all'esterno della mano, trovava il 17 sopra l'unghia dell'auricolare, il dito dei bisestili, nella cui radice era la lettera doppia **fg** (*funda gigantem*). Profferita questa, il computista faceva scorrere il pollice dall'unghia dell'auricolare al polpastrello, e lì profferiva la doppia lettera seguente, **Ab**; indi col pollice sulla faccia interna della terza falange, pronunziava **cd**, sulla seconda **ef**, sulla prima **gA**. Ne conchiudeva che la domenicale del bisestile 1520 fosse **Ag**. Per esempio di un anno comune prendiamo il 1418 di ciclo solare 27. Il computista trovava il 27 nella prima falange esterna del medio, e partendo dal **d** di *David*, supposto nella radice del medio stesso, contava:

de sulla prima	falange esterna
fg » seconda	
Ab » terza	
cd sul polpastrello	
ef sulla terza	falange interna.
gA » seconda	
b » prima	

Dunque **b** è la domenicale del 1418.

Questo stesso processo in vece che *in articulis digitorum* può naturalmente eseguirsi anche per via di scrittura, ed anche può estendersi al Calendario gregoriano, solo che si tenga presente il cambiamento di lettere prodotto dalle omissioni di giorni. Per avere ad esempio la domenicale del 1913, il cui ciclo solare è 18, la tabella « Cordati David » ci

mostra il 18 nella colonna **e** al quinto posto dal basso. Non abbiamo, dunque, che a profferire le quattro doppie consecutive (**f. gA, bc, de** e la lettera semplice, seguente, **f**. Questa è la domenicale giuliana, e spostata di sei lettere in avanti o di una indietro (come si vide precedentemente doversi fare per il periodo 1900-2099) dà la lettera gregoriana **e**.

Che se noi trovassimo molesto questo far dipendere la lettera gregoriana dalla giuliana, e non ci dolesse di abbandonare il bel versetto « Cordati David », potremmo adattare la tabellina a darci direttamente la lettera gregoriana, col solo cambiare le lettere scritte al suo piede. Ecco le 7 sequenze di lettere, proprie dei periodi più a noi prossimi :

f g A bc	1583 - 1699
g A b cd	1700 - 1799
A b c de	1800 - 1899
b c d ef	1900 - 2099
c d e fg	2100 - 2199
d e f gA	2200 - 2299
e f g Ab	2300 - 2499.

Si vede che durante il secolo XXII tornerà in vigore il « Cordati David » del Calendario giuliano, e al 2500 ricomincerà, per arrivare solo al 2599, la sequenza stessa che valse nel secolo XVII [1].

***

La Pasqua. — Dopo quanto precede (che è in verità un ben lungo ma indispensabile preambolo) siamo finalmente in grado di entrare nell'argomento principale del nostro articolo : la Pasqua ed il suo computo. Ripetiamo che la Pasqua è la prima Domenica dopo il plenilunio di primavera, dal che scaturisce che essa è funzione di due variabili, l'epatta che fissa le date dei pleniluni e la lettera domenicale che determina i giorni della settimana rispondenti alle diverse date.

Per fissar le idee è bene limitarci ad un periodo di tempo nel quale non intervenga veruna equazione lunare ed il ciclo diciannovennale governi indisturbato il calendario, vale a dire la serie delle epatte non cambi. Scegliamo come tal periodo il nostro : 1900-2199, durante il quale abbiam visto che è costantemente in vigore la serie B (*Brevitas*.

(1) Le lettere domenicali si possono anche assimilare ai numeri da 1 a 7 ed assoggettare a calcolo aritmetico. Vedi in proposito l'Articolo di E. MILLOSEVICH: « I giorni della settimana in correlazione colle date » nella *Rivista* di febbraio u. s.

Brevitas Beat). Corrispondendo in virtù di tal costanza, sempre agli stessi numeri d'oro le stesse epatte (e viceversa) l'introduzione delle epatte diventa superflua, e noi possiamo semplificare le nostre considerazioni iscrivendo nel Calendario — per il periodo che ci riguarda — direttamente i numeri d'oro, in quel modo che abbiam visto praticarsi prima della riforma.

Tale iscrizione sarà fatta in modo da segnare nel Calendario non i novilunî, bensì i plenilunî, che nel caso della Pasqua più da vicino ci riguardano, e siccome il plenilunio pasquale più basso possibile è quello del 21 marzo ed il più alto quello del 18 aprile, basterà limitare l'iscrizione dei numeri d'oro alla sola parte intercetta fra questi estremi.

Contemporaneamente alla detta iscrizione il lettore troverà fatta nella tabella qui appresso, anche quella delle lettere domenicali dal giorno 22 marzo fino al 25 aprile, con che la tabella prende il nome di

Tabula paschalis

a. a. D. 1900 usque ad a. 2199

Aureus numerus	litera dominicalis	dies Paschae	Aureus numerus	litera dominicalis	dies Paschae
		21 martij	VII	g	8 aprilis
XIV	d	22		A	9
III	e	23	XV	b	10
	f	24	IV	c	11
XI	g	25		d	12
	A	26	XII	e	13
XIX	b	27	I	f	14
VIII	c	28		g	15
	d	29	IX	A	16
XVI	e	30	XVII	b	17
V	f	31	VI	c	18
	g	1 aprilis		d	19
XIII	A	2		e	20
II	b	3		f	21
	c	4		g	22
X	d	5		A	23
	e	6		b	24
XVIII	f	7		c	25

Abbiamo scritto i numeri d'oro in cifre romane per uniformarci al Calendario antico in cui la *tabula Paschalis* aveva questa stessa forma.

L'uso della tavola è semplicissimo, come apparirà dai seguenti due esempi che serviranno anche a ricapitolare le regole esposte innanzi.

Pasqua del 1905. Calcolo il numero d'oro aggiungendo 1 al resto della divisione per 19. Trovo numero d'oro = 6. Calcolo poi il ciclo solare aggiungendo 9 e prendendo il resto della divisione per 28. Trovo ciclo solare = 10. Dal ciclo solare determino la lettera domenicale mediante la tabellina « Cordati David » dove trovo il 10 al terzo posto dal basso nella terza colonna che porta la **e**. Dico dunque: **ef gA b**. Lettera giuliana = **b**. Retrocedo di una lettera. Lettera gregoriana = **A**.

Ciò fatto entro nella *tabula Paschalis* cercando il numero d'oro VI che trovo iscritto al 18 aprile. Il plenilunio pasquale del 1905 fu dunque il 18 aprile. La prima Domenica dopo il plenilunio, sarà il primo giorno contrassegnato con la lettera domenicale dell'anno, **A**, ossia il 23 aprile. Dunque Pasqua del 1905 fu al 23 aprile.

Pasqua del 1912. Numero d'oro 13. Ciclo solare 17. Nella tabella « Cordati David » trovo 17 al quinto posto nella colonna ultima, o colonna dei bisestili. Profferisco le cinque doppie lettere **fg** (scritta in basso della colonna) **Ab, cd, ef, gA**. Lettere giuliane **gA**; lettere gregoriane **fg**. Di queste due ultime la più alta **g** sappiamo che vale fino al 24 febbraio, la più bassa **f** dal 24 febbraio in poi. Dunque la lettera che dobbiamo prendere per argomento di entrata nella tavola pasquale è **f**.

Fissato nella detta tavola il numero d'oro XIII che sta al 2 aprile, scorro con l'occhio in senso discendente la finca delle lettere domenicali fino ad incontrare **f** al 7 aprile. Ne conchiudo che la Pasqua del 1912 venne il 7 aprile.

***

Premesse queste spiegazioni sull'uso della tavola pasquale, è facile attingere da essa i criterî circa la frequenza delle diverse Pasque. Cominciamo dall'osservare che nell'intervallo in cui viviamo ossia fintanto che non sia mutata la serie B delle epatte [secoli XX, XXI, XXII] la Pasqua non può venir mai al 22 marzo, per la semplice ragione che il più basso plenilunio pasquale viene appunto al 22 marzo e non al 21. Nell'intervallo, invece, 1700-1899, il plenilunio del 21 marzo non mancò, come non mancherà nel periodo 2200-2299; e in quei rari anni nei quali il plenilunio del 21 marzo venga di Sabato, la Pasqua è naturalmente al 22.

I nostri nonni ricordarono la Pasqua *bassissima* del 22 marzo 1818, come i nostri tardi nepoti vedranno quella del 22 marzo 2285.

La più bassa Pasqua del nostro periodo, abbracciante, come dicevamo, i tre secoli XX, XXI, XXII, è quella del 23 marzo, che accade quest'anno 1913, sotto il numero d'oro 14 e la domenicale **e**. Quant'altre volte nello stesso periodo nuovamente concorrano questi due stessi dati, la Pasqua cadrà nuovamente al 23 marzo. Gli altri casi saranno due: quello del 2008 e quello del 2160.

Volendo stabilire una relazione fra la frequenza delle diverse date pasquali, l'unità può essere (sempre nel nostro periodo) la frequenza della Pasqua del 23 marzo, la quale ci presenta *un solo caso:* concorso della lettera **e** col numero d'oro 14. Ora si vede subito dalla tavola che il 24 marzo ha due casi, un sotto il numero d'oro 14, e l'altro sotto 3. In entrambi i casi la lettera domenicale dev'essere **f**. Ma due casi ha anche la Pasqua del 25 marzo per la ragione che il 24 non è sede di plenilunio e non aggiunge quindi altri casi ai precedenti. Il 26 ha tre casi: **A** (14, 3, 11) ed anche il 27: **b** (14, 3, 11).

Per il 28 si aggiunge un quarto caso possibile **c** (19). Per il 29 marzo i casi diventano cinque **d** (14, 3, 11, 19, 8), dei quali il primo [**d** (14)] si giustifica rammentando che se il plenilunio pasquale viene di Domenica, la Pasqua è rimessa alla Domenica successiva. La Pasqua del 30 marzo ha un caso di meno di quella del 29 e le manca cioè **e** (14), che dà la Pasqua del 23 marzo, quindi i suoi casi sono quattro **e** (3, 11, 19, 8). Seguitando di questo passo il ragionamento, il lettore arriva facilmente a costruire la seguente tabella.

Frequenza delle Pasque nel periodo 1900-2199.

Marzo	22	casi	0	
»	23	»	1	e. 14.
»	24	»	2	f. 14. 3.
»	25	»	2	g. 14. 3.
»	26	»	3	A. 14. 3. 11.
»	27	»	3	b. 14. 3. 11.
»	28	»	4	c. 14. 3. 11. 19.
»	29	»	5	d. 14. 3. 11 19. 8.
»	30	»	4	e. 3. 11. 19. 8.
»	31	»	4	f. 11. 19. 8. 16.
Aprile	1	»	5	g. 11. 19. 8. 16. 5.
»	2	»	4	A. 19. 8. 16. 5.
»	3	»	5	b. 19. 8. 16. 5. 13.
»	4	»	5	c. 8. 16 5. 13. 2.
»	5	»	4	d. 16. 5. 13. 2.
»	6	»	5	e. 16. 5. 13. 2. 10.
»	7	»	4	f. 5. 13. 2. 10.
»	8	»	4	g. 13. 2. 10. 18.
Aprile	9	casi	5	A. 13. 2. 10. 18. 7.
»	10	»	4	b. 2. 10. 18. 7.
»	11	»	4	c. 10. 18. 7. 15.
»	12	»	5	d. 10 18. 7 15. 4.
»	13	»	4	e. 18. 7. 15. 4.
»	14	»	5	f. 18. 7. 15. 4. 12.
»	15	»	5	g. 7. 15. 4. 12. 1.
»	16	»	4	A. 15. 4. 12. 1.
»	17	»	5	b. 15. 4. 12. 1. 9.
»	18	»	5	c. 4. 12. 1. 9. 17.
»	19	»	5	d. 12. 1. 9. 17. 6.
»	20	»	5	e. 12. 1. 9. 17. 6.
»	21	»	4	f. 1. 9. 17 6.
»	22	»	3	g. 9. 17. 6.
»	23	»	3	A. 9. 17. 6.
»	24	»	2	b. 17. 6.
»	25	»	1	c. 6.

Dunque la Pasqua del 25 aprile è altrettanto rara quanto quella del 23 marzo. Frequenza doppia hanno le Pasque del 24 marzo, 25 marzo. 24 aprile. Frequenza tripla le Pasque del 26 e 27 marzo, 22 e 23 aprile. Ma tutte le altre han frequenza rappresentata alternatamente dai numeri 4 e 5, cosicchè possiamo dire che l'intervallo favorito dalla Pasqua è dal 28 marzo al 21 aprile.

Il ritorno delle Pasque. – Riconosciuto il perchè della maggior frequenza delle Pasque non estreme, dobbiamo domandarci quale forma tale maggior frequenza rivesta, ossia gl'intervalli che intercedono fra due eguali date pasquali, e mostrare come tali intervalli debbano essere di pochi anni per le Pasque intermedie e di molti per le Pasque estreme.

A tale scopo ci si rende necessario di imparare a calcolare le Pasque in un modo diverso da quello dato dalla *Tabula paschalis*. Questa serve a determinare la Pasqua di un dato anno, mentre noi ora ci proponiamo determinare tutti gli anni (sempre nel periodo 1900-2199) che hanno una data Pasqua.

Bisogna cominciare dal premettere un teorema sulle lettere domenicali. Il ciclo solare contando 28 anni e le lettere domenicali essendo solo 7, ne segue che gli anni del ciclo devono lasciarsi raggruppare a 4 a 4 sotto la stessa lettera domenicale.

I quattro cicli che rispondono alla stessa lettera si chiamano *conjugati*, ed il lettore facilmente, con l'aiuto della tabellina « Cordati David » trova da costruire l'altra che qui segue :

Cicli solari conjugati.

Anni 1900-2099					2100-2199
A	10	16	21	27	b
b	4	9	15	26	c
c	3	14	20	25	d
d	2	8	13	19	e
e	1	7	18	24	f
f	6	12	17	23	g
g	5	11	22	28	A

Agli stessi cicli corrispondono lettere diverse nei due intervalli di cui si compone il periodo che esaminiamo. Ciò in virtù dell'equazione solare che si farà al 2100. S'intende che se l'anno è bisestile, la tabellina mostra solo la seconda lettera domenicale, cioè quella che vige dal marzo in poi. Ora il teorema è questo. Perchè due anni abbiano la stessa Pasqua è necessario che i loro cicli solari siano conjugati. Infatti se tali non fossero, la lettera domenicale dell'un anno sarebbe diversa da quella dell'altro e

la data della voluta Pasqua comune non potrebbe essere in entrambi gli anni una Domenica.

Ciò premesso, possiamo passare ad esaminare come una stessa Pasqua si riproduce e per esempio scegliamo quella del 4 aprile.

Abbiam trovato per questa Pasqua precedentemente la formula:

c (2, 5, 8, 13, 16)

che come il lettore rammenta, significa che perchè la Pasqua del 4 aprile si verifichi, occorre che la lettera domenicale dell'anno sia **c** ed il numero d'oro uno qualunque dei cinque sopra scritti. Ora la lettera **c** nella tabellina dei « Cicli solari coniugati » si mostra rispondente:

nell'intervallo 1900-2099 ad uno qualunque dei quattro cicli 3 14 20 25
» 2100-2199 » » 4 9 15 26

Ne deduciamo che per aver la Pasqua al 4 aprile è necessario e sufficiente che l'anno proposto abbia

	Cicli solari	Cicli lunari
nel primo intervallo la forma	(3 14 20 25)	(2 5 8 13 16)
e nel secondo » »	(4 9 15 26)	(2 5 8 13 16)

Con questa notazione intendiamo indicare la combinazione di uno qualunque dei cicli solari con uno qualunque dei lunari (o numeri d'oro) cosicchè nell'intervallo 1900-2099 sono possibili venti Pasque del 4 aprile, aventi le forme (3,2), (3,5)..... (14,2), (14,5)..... e nell'intervallo 2100-2199 sono possibili altre venti Pasque del 4 aprile, rispondenti alle formole (4,2), (4,5)..... (9,2), (9,5).....

Per la determinazione effettiva degli anni aventi la Pasqua al 4 aprile potremmo quindi procedere per via algebrica nel seguente modo. L'anno 1900 avendo per ciclo solare 5 e numero d'oro 1, l'intervallo A d'anni, che intercorre fra esso ed un altro anno qualunque, può esprimersi con l'una o con l'altra delle formole:

$$A = 28\,n + s - 5 \text{ oppure } A = 19\,m + l - 1$$

dove s ed l sono rispettivamente il ciclo solare e lunare dell'anno generico, ed n ed m due interi qualunque. Per avere un anno la cui Pasqua cada al 4 aprile, nell'intervallo 1900-2099, facciamo la posizione $s = 3$ $l = 8$, (una delle venti combinazioni del detto intervallo) e ci risulterà l'equazione

$$A = 28\,n - 2 = 19\,m + 7$$

da risolvere in interi. A tal fine scriviamo l'equazione così:

$$m = \frac{28\,n - 9}{19} = n + \frac{9\,n - 9}{19} = n + 9\,\frac{n - 1}{19}$$

da cui si scorge subito che si può fare $n = 1$, $m = 1$. Posti questi valori in A, si trova $A = 26$. Nell'anno 1926, dunque, la Pasqua cade al 4 aprile.

Sia per secondo esempio da trovare una Pasqua del 4 aprile fra quelle del secolo XXII (intervallo 2100-2199). Sappiamo che dobbiamo combinare uno dei cicli solari (4, 9, 15, 26) con uno dei cicli lunari (2, 5, 8, 13, 16). Prendiamo dunque, a caso, $s = 4$ $l = 5$ ed avremo l'equazione:

$$A = 28\,n - 1 = 19\,m + 4$$

che si risolve, in interi, così:

Si ha

$$m = \frac{28\,n - 5}{19} = n + \frac{9\,n - 5}{19}$$

e ponendo

$$9\,n - 5 = 19\,x, \text{ risulta}$$

$$n = \frac{19\,x + 5}{9} = 2\,x + \frac{x + 5}{9}$$

Si può quindi porre $x = 4$, e dedurne $n = 9$ $m = 13$ $A = 251$.

Dunque anche l'anno 1900 + 251 = 2151 ha la Pasqua al 4 aprile. Ma lungo sarebbe il cammino se volessimo per ciascuna delle possibili 40 Pasque del 4 aprile stare a calcolare in tal modo l'anno in cui essa accade. E gran parte del lavoro sarebbe perduto, perchè per molte Pasque si troverebbero anni troppo remoti dal 1900, nei quali la serie delle epatte non è più quella del periodo 1900-2199, onde i risultati non avrebbero validità pratica. Molto più rapido è invece il metodo *meccanico* per la scoperta delle Pasque di prestabilita data, che qui spiegherò in breve.

Su tre linee parallele scriviamo gli anni a partire dal 1900 fino al 2199, e i rispettivi cicli solari e lunari.

1900 1 2 3... 14 **15** 16 17 18 19 **20** 21 22 23 24 25 **26** 27... 98 **99** 2000... 9 **10** 11...
s = 5 6 7 8... 19 **20** 21 22 23 24 **25** 26 27 28 1 2 **3** 4... 19 **20** 21... 2 **3** 4...
l = 1 2 3 4... 15 **16** 17 18 19 1 **2** 3 4 5 6 7 **8** 9... 4 **5** 6... 15 **16** 17...

...2020 **21** 22... 82 **83** 84... 93 **94** 95... 2150 **51** 52... 61 **62** 63... 72 **73** 74... 2199
... 13 **14** 15... 19 **20** 21... 2 **3** 4... 3 **4** 5... 14 **15** 16... 25 **26** 27... 24
... 7 **8** 9... 12 **13** 14... 4 **5** 6... 4 **5** 6... 15 **16** 17... 7 **8** 9... 15

La prima linea è la serie naturale dei numeri da 1900 a 2199. La seconda (cicli solari) comincia dal 5 e tutte le volte che arriva a 28 ripassa ad 1. La terza (cicli lunari o numeri d'oro) comincia con 1 ed arriva a 19 per ripassare ad 1, ecc. ecc.

Fatto il quadro dei nostri numeri *in extenso*, è cosa di un momento trovare gli anni in cui uno dei cicli solari 3 14 20 25 s'incontra con uno dei lunari 2 5 8 13 16. Il primo incontro ha luogo sotto il 1915, ove il ciclo solare 20 sta sopra il numero d'oro 16. Visto ciò, l'occhio scorrendo sulla linea dei cicli solari, incontra altre due coincidenze al 1920 ($s = 25$ $l = 2$) e 1926 ($s = 3$ $l = 8$). Ma a partire da questa terza coincidenza, il 14 solare che vien subito dopo non ha un lunare favorevole in corrispondenza, e così nemmeno il 20, il 25 e poi di nuovo il 3, il 14, ecc. ecc., fino al 20 solare che sta sotto l'anno 1999 ed al quale corrisponde di bel nuovo un lunare favorevole, il 5. Seguitando con questo metodo si scoprono rapidamente tutte le Pasque del 4 aprile per i secoli XX e XXI, e per scoprire quelle del secolo XXII non si ha che da cambiare i numeri solari nel modo detto di sopra.

Del quadro noi abbiamo qui riprodotto solo i punti delle coincidenze e i punti vicini, segnando quelli con caratteri più grandicelli. Dalla ricerca risulta che le Pasque del 4 aprile nei secoli XX, XXI e XXII sono le undici seguenti:

1915, 1920, 1926, 1999, 2010, 2021, 2083, 2094, 2151, 2162, 2173.

Questo modo meccanico di calcolare la Pasqua serve bene a mostrarci in capo a quali intervalli di tempo le date pasquali debbano riprodursi. Tali intervalli per le Pasque del 4 aprile il lettore li forma immediatamente dagli anni or ora scritti e trova:

anni 5, 6, 73, 11, 11, 62, 11, 57, 11, 11,

e se per suo esercizio ripetesse la determinazione meccanica delle altre Pasque, ritroverebbe gli stessi intervalli, quantunque non nello stesso ordine.

Gl'intervalli piccoli di 5, 6, 11 anni sono caratteristici della frequenza di una Pasqua, per la ragione che le differenze fra i cicli solari favorevoli, e quelle fra i numeri d'oro anch'essi favorevoli, sono eguali appunto a tali numeri. Nella Pasqua del 4 aprile, ad esempio, i cicli solari 3 14 20 25 ed i numeri d'oro 2 5 8 13 16 presentano rispettivamente le differenze:

11 6 5 6

3 3 5 3 5

ove il 5 è comune, ed il 6 della prima serie equivale a due 3 della seconda presi insieme. Queste due concordanze spiegano i piccoli intervalli di 5 e 6 anni possibili fra due successive Pasque del 4 aprile, ed in generale di qualunque altra data di Pasqua frequente. Siccome poi le differenze dei cicli solari presentano 11 una volta esplicitamente e due altre volte implicitamente, come somma di $5 + 6$ e di $6 + 5$, e d'altra parte le differenze dei numeri d'oro formano lo stesso 11 anch'esse in più modi ($1^a + 2^a + 3^a$, $2^a + 3^a + 4^a$, $4^a + 5^a + 1^a$, $5^a + 1^a + 2^a$) ne segue l'altro fatto assai caratteristico, nella frequenza pasquale, dello spesso presentarsi dell'intervallo di 11 anni fra due Pasque della stessa data. Tale intervallo può presentarsi fino a tre volte di seguito, il che accade quando le differenze fra i cicli solari si trovano rispetto a quelle dei numeri d'oro nella seguente fase:

differenze dei cicli solari 5 6 11 6 5 6 11...
» » lunari 3 3 5 3 5 3 3 5 3 5...

Si vede che il primo ed il secondo dei numeri superiori dànno 11, ed i tre primi inferiori dànno pure 11: il terzo superiore, che è 11, equivale al quarto più il quinto più il sesto degli inferiori, e finalmente il quarto più il quinto superiore formano di bel nuovo 11 come il $7^o + 8^o + 9^o$ inferiori. Ma a tal punto le concordanze restano sospese per ricominciare, sotto altra fase, dopo trascorsi un certo numero d'anni.

A differenza dell'intervallo di 11 anni, quelli di 5 e di 6 non consentono ripetizioni, ma possono presentarsi uno dopo dell'altro immediatamente come abbiam veduto nelle tre prime Pasque del 4 aprile, 1915, 1920, 1926. Anche ciò risulta da una semplice comparazione delle suesposte differenze cicliche, la quale ci insegna pure non essere possibile una ripetizione della stessa Pasqua in capo a piccolo numero di anni diverso da 5, da 6 o da 11. Da questi tre numeri piccoli si salta subito a numeri relativamente alti, com'è il 57, intervallo fra la Pasqua del 2094 e del 2151, entrambe del 4 aprile. Vengono poi gli intervalli di 62, 73, 84, 95 anni, ecc. ecc., tutti rispondenti all'equazione

$$28\,n + s' - s = 19\,m + l' - l$$

in cui n ed m sono interi, ed $s' - s$, $l' - l$ sono differenze, rispettivamente, di cicli solari e lunari, favorevoli ad una stessa Pasqua.

La Pasqua più bassa di tutte, e la più alta, avendo un solo numero d'oro favorevole, non possono riprodursi se non dopo revoluti esattamente un certo numero di cicli diciannovennali, almeno tre. Ciò suppone

per altro, ed è bene notarlo, che la serie delle epatte, nell'intervallo, non cambi, nel quale caso cambia anche il numero d'oro favorevole alla Pasqua, onde è naturale che l'intervallo fra le due Pasque non sia più divisibile per 19. Per esempio fra la Pasqua del 22 marzo 1693 e quella del 22 marzo 1761 passano 68 anni che non sono multipli di 19, e ciò in virtù dell'equazione solare (omissione del bissesto) intervenuta nel 1700.

Del fenomeno della ricorrenza undecennale, che è quello che più colpisce nello studio della Pasqua, possiamo renderci conto anche senza entrare, come precedentemente abbiamo fatto, nei dettagli delle concordanze fra i cicli solari e lunari, ma solo considerando che la stessa lettera domenicale si riproduce di 11 in 11 anni per tre volte di seguito, fino all'incontro con un bisestile. Possiamo presentar di ciò degli esempi nelle serie di anni qui appresso registrate:

f 1907 1918 1929 1940
g 1951 1962 1973 1984
A 1995 2006 2017 2028
. . . .

La lettera f propria dei primi quattro anni, giunti che siamo al quarto, si associa alla g che passa ad essere la lettera degli anni della seconda linea fino al bisestile 1984, ove si associa alla A e così via.

Ora, parallelamente a questa ripetizione della domenicale si ha anche il fatto, consegnato nella *tabula Paschalis*, che il plenilunio di primavera, trascorsi 11 anni, torna, se non proprio alla stessa data, appena un giorno prima, ed in capo a 33 anni anticipa appena di 4 giorni. Può, in conseguenza, verificarsi sovente il caso che esso permanga nella stessa settimana, e la domenica successiva sia Pasqua in tutti e quattro gli anni del gruppo.

Ma la ripetizione della più bassa Pasqua dopo 11 anni è impossibile, perchè il più basso plenilunio, abbassato ancora di un dì, non è più nei limiti voluti e conviene sostituirgli il plenilunio di aprile. Similmente è escluso il ripetersi dopo 11 anni della Pasqua più alta, per la ragione che il plenilunio, scendendo dal 18 al 17 aprile, fa cadere, se la domenicale è la stessa, la Pasqua dal 25 al 18.

E qui facciamo termine, nella lusinga di aver chiaramente esposto tutto ciò che di essenziale ci era da dire intorno a questo simpatico ed anzi sacro argomento.

Roma, ⊙ Laetare, 1913.

V. CERULLI.

SUGLI ACCENNI DANTESCHI

ai segni, alle costellazioni ed al moto del cielo stellato da occidente in oriente, di un grado in cento anni

Nota seconda di F. ANGELITTI.

(Continuaz. vedi num. preced.).

22. **Coordinate equatoriali delle stelle dell'Ara per l'epoca del viaggio.** — Come abbiamo fatto per il gruppo delle quattro stelle del Centauro, passiamo a determinare l'ascensione retta e la declinazione della costellazione dell'Ara, limitando anche qui le nostre operazioni al punto centrale.

Applicando le formole del gruppo [1] si ha:

$$\begin{aligned} \log\tan\beta &= 9{,}75382_n - 10 \\ \log\operatorname{cosec}\lambda &= 0{,}03539_n \\ \log\tan M &= 9{,}78921 - 10 \\ \\ \log\tan\lambda &= 0{,}37602 \\ \log\sec M &= 0{,}06975 \\ \log\sec(M+\varepsilon) &= 9{,}75739 - 10 \\ \log\tan\alpha &= 0{,}20316 \\ \\ \alpha &= 237^\circ\,56'\,15'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= 31^\circ\,36'\,41'' \\ \varepsilon &= 23\;\;30 \\ M+\varepsilon &= 55\;\;6\;\;41 \\ \log\tan(M+\varepsilon) &= 0{,}15657 \\ \log\sin\alpha &= 9{,}92812_n - 10 \\ \log\tan\delta &= 0{,}08469_n \\ \\ \delta &= -\,50^\circ\,33'\,5'' \end{aligned}$$

Applicando il gruppo di formole [2] dopo avere sostituito la [3] alla prima formola del gruppo, si ha:

$$\begin{aligned} \beta &= -\,29^\circ\,34' \\ \varepsilon &= 23\;\;30 \\ \beta+\varepsilon &= -\,6\;\;4 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \beta &= -\,29^\circ\,34' \\ \varepsilon &= 23\;\;30 \\ \beta-\varepsilon &= -\,53\;\;4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log\cos(\beta-\varepsilon) &= 9{,}77879 - 10 \\ \log\sec(\beta+\varepsilon) &= 0{,}00244 \\ \log\tan(45^\circ - {}^1\!/_2\lambda) &= 0{,}69510_n \\ \log\tan(45^\circ + {}^1\!/_2\lambda - \lambda_c) &= 0{,}47633_n \\ \\ 45^\circ + {}^1\!/_2\lambda - \lambda_c &= -\,71^\circ\,32'\,1'' \\ 45^\circ + {}^1\!/_2\lambda &= 168\;\;35\;\;30 \\ \lambda_c &= 240\;\;7\;\;31 \\ \\ \log\tan\lambda_o &= 0{,}24076 \\ \log\cos\varepsilon &= 9{,}96240 - 10 \\ \log\tan\alpha &= 0{,}20316 \\ \\ \alpha &= 237^\circ\,56'\,15'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^1\!/_2\lambda &= 123^\circ\,35'\,30'' \\ 45^\circ - {}^1\!/_2\lambda &= -\,78\;\;35\;\;30 \\ 45^\circ + {}^1\!/_2\lambda &= 168\;\;35\;\;30 \\ \\ \log\tan\lambda &= 0{,}37602 \\ \log\sec\varepsilon &= 0{,}03760 \\ \log\tan\alpha_q &= 0{,}41362 \\ \\ \alpha_q &= 248^\circ\,54'\,9'' \\ \alpha &= 237\;\;56\;\;15 \\ \alpha_q - \alpha &= 10\;\;57\;\;54 \\ \\ \log\sin(\alpha_q-\alpha) &= 9{,}27923 \\ \log\sec\alpha_q &= 0{,}44375_n \\ \log\cot\varepsilon &= 0{,}36170 \\ \log\tan\delta &= 0{,}08468_n \\ \\ \delta &= -\,50^\circ\,33'\,22'' \end{aligned}$$

Adunque per le coordinate equatoriali del punto centrale della costellazione dell'Ara all'epoca del viaggio riterremo i valori

$$\begin{aligned} \text{ascensione retta} &= 237^\circ\,56' \\ \text{declinazione} &= -\,50\;\;33 \end{aligned}$$

Nella fig. 2 si è risoluto lo stesso problema col metodo grafico, ritenendo la latitudine di — 30° e la longitudine di 247°.

Tagliato a partire dal punto C verso Z′ l'arco C L eguale a 30°, si è condotta parallelamente a C C′ la corda L L′, la quale rimane bisecata in M dalla Z Z′. Indi sulla L L′ come diametro si è descritto il semicerchio, e dal punto M si è tirata la MA_1 la quale fa con la M L
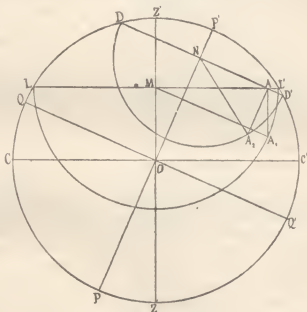
fig 2

l'angolo di 157°, ed incontra il detto semicerchio nel punto A_1. Dal dunto A_1 si è abbassata sulla L L′ la perpendicolare A_1 A, e per il piede A si è condotta parallelamente a Q Q′ la corda D D′, che rimane bisecata in N dalla P P′. L'arco Q D rappresenta la richiesta declinazione: esso risulta di — 51°.

Descritto il semicerchio sulla corda D D′ come diametro, si è innalzata alla medesima dal punto A la perpendicolare, fino ad incontrare il detto semicerchio nel punto A_2; indi congiunto N con A_2, si è misurato l'angolo D N A_2 e si è trovato di 147°; quest'angolo accresciuto di 90° ci dà la richiesta ascensione retta di 237°.

Con l'uso del globo celeste si otterrebbe suppergiù lo stesso risultato.

23. **Ipotesi sugli istanti in cui Dante fermò la sua attenzione sulle quattro stelle e sulle tre facelle.** — Determinate le coordinate equatoriali dei punti centrali dei gruppi di stelle in esame, dovremmo ora passare alla determinazione della ascensione retta del meridiano negl'istanti in cui il poeta finse di fare le sue osservazioni celesti. Ma questi istanti non sono indicati in maniera precisa e le indicazioni vaghe, che li lasciano in una certa indeterminatezza poetica, meritano di essere alquanto discusse. Quando il mattino Dante uscì a riveder le stelle, sorgevano, o erano appena sorti i Pesci, velati dal bel pianeta che ad amar conforta. Non è detto chiaramente se coi Pesci si debba intendere il segno o la costellazione. L'alba era vicina a spuntare, o era cominciata da poco: infatti, solo dopo le parlate di Catone e di Virgilio, lunghe oltre al solito, come parvero al Tommaséo, o brevi tanto da potersi restringere in pochi minuti, come parvero ad altri, l'alba vince « l'ora mattutina », sì che il poeta, che è avviato alla marina, ne può scorgere il tremolìo da lontano. Nell'istante in cui appare Catone, il Carro era *già* sparito, ossia era *già* tramontata la stella η dell'Orsa maggiore, che costituisce la punta del timone. L'istante del tramonto di questa stella per il Purgatorio varia col variare della data che si vuole assegnare al viaggio, e, d'altra parte, il *già* può ricevere un significato assai elastico. In tanta indeterminatezza, sull'istante delle osservazioni del mattino noi faremo tre ipotesi: la prima, che si trovasse sull'orizzonte orientale il punto di mezzo del segno dei Pesci, ossia il 15^{mo} grado di esso segno; la seconda, che si trovasse sull'orizzonte orientale il punto di mezzo della costellazione dei Pesci che riterremo corrispondente al 5^{o} grado del segno di Ariete; la terza, che si trovasse sull'orizzonte orientale il primo punto di Ariete. La prima ipotesi sembra assai probabile; la terza avrebbe in suo favore una ragione astrologica perchè l'istante in cui si trova in oriente il punto equinoziale di primavera, è il meglio augurante, e può parer bello che proprio un tale istante sia stato scelto dal Poeta per l'uscita fuori dell'aura morta e per la resurrezione della morta poesia.

Cerchiamo ora di fissare l'istante delle osservazioni fatte la sera dello stesso giorno. Assai grossolanamente si è asserito che tra le osservazioni del mattino e quelle della sera corrano dodici ore. Nell'ora dell'*Avemaria*, ossia mezz'ora dopo il tramonto, un'anima intona il *Te lucis ante* e le altre l'accompagnano col canto per tutto l'inno intero. Segue la discesa dei due angeli; poscia ha luogo il colloquio con Nino Visconti, dopo del quale il poeta fissa lo sguardo alle tre facelle. Supponendo che sia passata un'altra mezz'ora, dovremmo collocare questa osservazione ad

un'ora dopo il tramonto. Se ammettiamo, come pare più probabile, che il viaggio avesse luogo una quindicina di giorni dopo l'equinozio, il Sole sarebbe spuntato per il Purgatorio a sei ore e un quarto di tempo vero, e sarebbe tramontato a cinque ore e tre quarti; sicchè il giorno sarebbe stato lungo undici ore e mezzo. La durata del crepuscolo sarebbe stata di un'ora e venticinque minuti. Così tra le osservazioni del mattino, supposte fatte poco prima dell'alba, e quelle della sera, supposte fatte un'ora dopo il tramonto, sarebbero passate quattordici ore. Nell'ipotesi più disperata, che il viaggio avesse luogo venticinque giorni dopo l'equinozio, il Sole sarebbe sorto a sei ore e ventisei minuti e sarebbe tramontato a cinque ore e trentatrè minuti; la durata del crepuscolo sarebbe stata suppergiù la medesima che nella ipotesi precedente, e tra le osservazioni del mattino e quelle della sera sarebbero corse tredici ore e mezzo. Noi prenderemo in considerazione l'una e l'altra di queste ipotesi.

Il lettore che volesse adottare ipotesi diverse da queste, potrà ripetere i calcoli seguendo i metodi che noi indicheremo.

24. **Ascensione retta del meridiano nell'istante in cui nel Purgatorio sorgeva il 15mo grado del segno dei Pesci.** — Veniamo dunque a determinare l'ascensione retta del meridiano, ossia il grado dell'equatore che cadeva sotto il meridiano, mentre sull'orizzonte orientale del Purgatorio si trovava il 15mo grado del segno dei Pesci. Anche questo problema si può risolvere o con le formole, o con le tavole delle elevazioni dei segni nella sfera obliqua, o col globo celeste.

Nel linguaggio astronomico di quei tempi, il grado di eclittica che si trovava sull'orizzonte orientale, si chiamava *ascendente,* e il grado dell'equatore che nello stesso istante si trovava sull'orizzonte orientale, si chiamava *ascensione obliqua* dell'ascendente. Questo stesso grado di equatore era pure l'ascensione retta del punto est. L'ascensione retta del punto est diminuita di 90° ci dà l'ascensione retta del meridiano. Sicchè il nostro problema si riduce a trovare per la latitudine del Purgatorio l'ascensione obliqua del 15mo grado del segno dei Pesci, ossia del 345mo grado di longitudine.

L'arco di orizzonte compreso tra il punto est e l'ascendente, chiamasi *amplitudine ortiva* dell'ascendente. Questo elemento non ha importanza nella nostra questione; ma esso viene simultaneamente fornito dalle formole che dànno l'ascensione obliqua dell'ascendente.

Ecco un primo gruppo di formole che si presta sempre elegantemente alla determinazione dei due elementi.

Chiamando

φ la latitudine geografica del luogo,
ε l'obliquità dell'eclittica,
λ la longitudine dell'ascendente,
α la sua ascensione retta,
a la sua amplitudine ortiva,
A la sua ascensione obliqua,

si ha:

$$\left.\begin{array}{l}\tan \alpha = \tan \lambda \cos \varepsilon \\ \sin a = \sin \lambda \sin \varepsilon \operatorname{cosec} (90^\circ + \varphi) \\ \tan (A - \alpha) = \tan a \cos (90^\circ + \varphi)\end{array}\right\} \quad [7]$$

(*Continua*).

NOTIZIARIO

Astronomia.

Come si calcola la temperatura del Sole. — Nella primavera del 1910 una grossa spedizione scientifica organizzata dal prof. Pannwitz, presidente della Commissione tedesca per le ricerche aerologiche e solari, partiva dal porto di Amburgo alla volta dell'isola di Teneriffa. La spedizione comprendeva scienziati di diverse nazionalità, fra gli altri anche degli astronomi francesi, che avevano come scopo principale lo studio della cometa di Halley. Il bell'articolo del nostro illustre consocio Jean Mascart, direttore dell'Osservatorio di Lione: *Un Observatoire près d'un volcan* (1), ha già informato i nostri lettori dei principali risultati da lui ottenuti dalle fotografie della cometa e dai disegni di Giove. Quì vogliamo accennare ai risultati non meno importanti ottenuti in tutt'altro campo dal prof. G. Müller dell'Osservatorio di Potsdam.

Il prof. G. Müller, benchè invitato espressamente anche lui per le osservazioni della cometa, aveva posto come condizione alla sua accettazione, che le sue predilette ricerche sull'estinzione della luce nell'atmosfera terrestre dovessero costituire lo scopo principale della missione del grande Osservatorio tedesco, e che della cometa di Halley, qualora avesse presentato fenomeni degni di considerazione, dovessero farsi solamente fotografie a intervalli regolari con mezzi modesti. Non occorre dire che la condizione fu accettata, e siccome per le ricerche progettate dal prof. Müller era necessaria l'assistenza d'un altro osservatore, venne aggiunto come tale alla spedizione il dr. E. Kron, pure dell'Osservatorio di Potsdam. Ricorderemo incidentalmente come anche le fotografie della cometa di Halley, ottenute dal prof. Müller e dal Kron, quantunque fatte senza alcuna pretesa, abbiano condotto lo Schwarzschild a interessantissime conclusioni circa la densità della materia cometaria (2).

(1) *Rivista*, Anno IV, pag. 585.
(2) Cfr. *Rivista*, Anno VI, pag. 206.

Le ricerche eseguite dal Müller a Teneriffa tendono a risolvere la difficile questione di sapere, quanta parte del calore solare (e così dicasi delle radiazioni stellari) rimanga assorbita nel passaggio attraverso l'atmosfera, per poter quindi calcolare l'intensità assoluta e in particolare la temperatura del Sole e delle stelle. La via per arrivare a questo venne già indicata circa due secoli fa dal grande fisico francese Bouguer, il padre della fotometria. Egli stabilì anzitutto, con considerazioni puramente speculative, la cosidetta legge esponenziale dell'assorbimento, stabilì cioè che l'energia radiante, nel propagarsi attraverso un mezzo omogeneo, perde via via in successivi strati ugualmente densi e di uguale spessore *percentuali uguali* dell'intensità posseduta al principio di ciascuno strato. Se poi la densità è variabile, come avviene appunto nel caso dell'atmosfera, densa in basso e sempre più rarefatta a misura che si sale, allora ogni strato elementare assorbe in proporzione alla sua densità, nel senso che uno strato di densità $n\delta$ assorbe come n strati di uguale spessore e di densità δ. Di qui segue che, se p è la percentuale di radiazione di un astro trasmessa dall'atmosfera nella direzione verticale, considerando i raggi dello stesso astro in un'altra direzione molto più inclinata sull'orizzonte, di guisa che la massa d'aria attraversata sia molto maggiore, poniamo di M atmosfere, la percentuale di intensità trasmessa in questa direzione sarà:

$$p \times p \times p \dots \text{ M volte} = p^M .$$

Detta quindi I l'intensità luminosa (o calorifica) dell'astro al di fuori dell'atmosfera, i_1 l'intensità osservata quando i raggi cadono verticalmente, cioè attraversano la massa di 1 atmosfera, e i_2 l'intensità dei raggi inclinati che hanno attraversato una massa d'aria pari a M atmosfere, varranno le relazioni:

$$\begin{aligned} i_1 &= p\mathrm{I} \\ i_2 &= p^M \mathrm{I}. \end{aligned} \qquad (1)$$

In queste due equazioni i_1, i_2 ed M possono ritenersi come note, le prime due dalle osservazioni fotometriche o pireliometriche, l'ultima per mezzo delle ricerche aerologiche, che hanno condotto a conoscere la temperatura e la densità dell'aria fino a grandi altezze. Tali due equazioni dunque ci forniscono subito i valori delle due incognite p (il cosidetto coefficiente di trasmissione) e I, intensità dei raggi fuori dell'atmosfera.

Tutto questo è ineccepibile, ancora oggi come ai tempi di Bouguer, finchè si considerino raggi di uno stesso colore (di ugual lunghezza d'onda) e un'atmosfera idealmente pura. Ma le radiazioni degli astri sono composte di raggi di colori assai differenti e che vengono assorbiti in grado assai diverso dall'atmosfera, come lo prova il fatto che tutti gli astri in vicinanza dell'orizzonte appaiono rossastri. Di più l'aria è ben lungi dall'essere quel mezzo idealmente omogeneo che si richiede, affinchè valga la legge esponenziale:

$$i_2 = p^M \mathrm{I}.$$

Basta la presenza inevitabile del pulviscolo atmosferico e del vapor d'acqua per rendere completamente fallace l'applicazione di questa legge. E appunto una

precedente spedizione dello stesso prof. Müller e del prof. Kempf, per la determinazione dell'assorbimento a Catania e all'Etna, eseguita circa 20 anni or sono, non portò a conclusioni decisive, perchè ebbe a lottare contro queste due gravissime difficoltà: l'assorbimento diverso (selettivo) per i diversi raggi componenti le radiazioni stellari, e l'estinzione eccezionalmente forte prodotta dagli strati atmosferici alle falde dell'Etna.

Molto sagacemente quindi il prof. Müller, nell'accingersi alla spedizione di Teneriffa, pensò di evitare nella misura del possibile ambedue le difficoltà, in questo modo: 1° applicando il metodo di Bouguer a raggi quasi assolutamente omogenei, cioè decomponendo la radiazione solare per mezzo di uno spettroscopio, e misurando l'intensità luminosa di una sottile porzione dello spettro a varie altezze sull'orizzonte; 2° trasportandosi in una località eccezionale per la purezza dell'atmosfera, come è la stazione da lui scelta a più di 3000 m. di altezza, in mezzo all'Oceano Atlantico, a circa 300 km. di distanza dalla costa dell'Africa.

Diciamo subito che l'idea della necessità di sperimentare su radiazioni monocromatiche per evitare il fenomeno dell'assorbimento selettivo era già balenata ad altri (Forbes, Radau, ecc.) e che l'americano Langley ebbe il merito di risollevare la questione con validi ragionamenti teorici e di ideare insieme uno strumento, il bolometro, di squisita sensibilità, per la misura dell'intensità nelle diverse radiazioni dello spettro. Ma questo metodo, se è suscettibile di grande esattezza, richiede anche impianti eccezionali, come è possibile avere solo in un Osservatorio costruito espressamente a questo scopo, quale è appunto l'Osservatorio della Smithsonian Institution a Washington, dove Langley iniziò queste ricerche oggi continuate da Abbot e Fowle. Il metodo ideato dal Müller invece ha il pregio grandissimo di fornire, per lo studio dell'assorbimento atmosferico, risultati *praticamente equivalenti* a quelli del metodo bolometrico, pur servendosi di mezzi incomparabilmente più semplici.

In luogo del pesantissimo siderostato con specchio di 46 cm., che si richiede pel bolometro (per avere un'energia di radiazione apprezzabile anche con una grandissima dispersione dei raggi), il Müller adopera un piccolo spettrofotometro di Glan-Vogel (con montatura e movimento equatoriale) avente un obbiettivo di pochi centimetri. Con questo strumento l'osservatore vede in un medesimo campo, immediatamente adiacenti, lo spettro del Sole e lo spettro di una lampadina elettrica, dai quali con uno schermo ad apertura rettangolare si staccano due sottili strisce corrispondenti ad una stessa lunghezza d'onda *media*. La striscia dovuta alla lampadina s'indebolisce coll'aiuto di un fotometro a polarizzazione, finchè apparisca identica alla striscia dello spettro solare. Si ha così una misura dell'intensità luminosa dello spettro rispetto all'intensità della lampadina presa come termine di confronto. La lampadina (Osram) era tenuta accesa con una batteria di accumulatori caricata a 6 *volts* di tensione e capace di dare, con una corrente di 0.7 ampère, una luminosità costante per almeno 50 ore continuate. Naturalmente furono adoperate diverse lampadine, che vennero poi confrontate con una medesima sorgente luminosa normale. Mentre un osservatore stava al fotometro, l'altro sorvegliava costantemente l'amperometro, e colle piccole resistenze manteneva costante l'intensità della corrente e quindi la luminosità della lampadina.

Queste misure vennero eseguite per undici regioni dello spettro a regolari intervalli, dall'estremo rosso ancora ben visibile (0.700 μ) fino all'estremo blu (0.430 μ). Col bolometro invece si abbraccia una porzione assai più estesa dello spettro, poichè si va dalla lunghezza d'onda di 3.8 μ, nell'infrarosso, fino a 0.29 μ nell'ultravioletto. Il bolometro permette inoltre di determinare l'intensità di porzioni assai più minute dello spettro e quindi *più monocromatiche* (si passi l'espressione) di quello che siano le porzioni staccate col detto schermo rettangolare nel campo dello spettrofotometro. E finalmente la sensibilità del galvanometro è ben superiore a quella di un fotometro, sia pure di Zöllner. La superiorità teorica del metodo di Langley è dunque assolutamente fuori di questione; ma i fenomeni dell'assorbimento atmosferico prendono aspetti così impreveduti da rendere illusoria quella superiorità, e chi sperasse di venirne a capo col solo bolometro, commetterebbe, press'a poco, lo stesso errore di metodo di chi volesse studiare il volo degli uccelli seguendoli con un grosso telescopio: vedrebbe certo più da lontano, ma con ben scarso vantaggio in proporzione all'enorme fatica che dovrebbe impiegare.

Ma lasciamo ormai il bolometro, e veniamo alle osservazioni del prof. Müller e del dott. Kron. Essi osservarono nel modo indicato in tre stazioni: Orotava (100 m. sul liv. del mare), Pedrogil (1950 m.) e Alta Vista (3260 m.); nella prima località però solamente in due giorni e a titolo di prova, perchè il passaggio giornaliero delle nuvole fino a 1800 m. di altezza, caratteristico in quella stagione per quelle regioni subtropicali, sconsigliava di eseguire estese osservazioni al disotto di quell'altezza. Perciò i due astronomi trasportarono subito le loro tende (nel senso proprio della parola, poichè il passo di Pedrogil è in pieno deserto vulcanico) nella seconda stazione, dove osservarono per 8 giorni, e quindi nella terza, dove si trattennero un'altra settimana. Quasi tutti i giorni si segnalarono per una straordinaria purezza e trasparenza dell'atmosfera. Solo negli ultimi due giorni il cielo rimase coperto da una caligine abbastanza densa, ma furono eseguite ugualmente le osservazioni per acquistare un'idea dell'azione di un'atmosfera torbida nei fenomeni dell'assorbimento.

Ora, fatti i calcoli nella maniera sopra indicata, risulta il fatto sorprendente che, determinando per tutti i giorni e per le singole lunghezze d'onda i coefficienti di trasmissione p, gli ultimi due giorni non si distinguono affatto dagli altri, risultando per essi una trasmissione quasi uguale a quella degli altri giorni, mentre gli osservatori si attendevano di trovarne una assai minore. Soltanto le intensità notevolmente più basse dànno a divedere che si tratta veramente di giorni anormali. In ogni modo, siccome tutto il procedimento per trovare la temperatura del sole si fonda essenzialmente sulla determinazione di p, così bisogna spiegare quest'anomalia, altrimenti il riuscir troppo bene questa determinazione anche in giorni cattivi getta un'ombra di sospetto sui risultati ottenuti in giornate buone. Müller fa notare a questo proposito che l'accordarsi dei valori di p fra loro, mentre le intensità I sono in disaccordo, può spiegarsi coll'ipotesi di una specie di cupola di vapori di forma sferica, che circondi *in quei dati giorni* tutta l'isola. La spiegazione è soddisfacentissima, perchè una tale cupola sferica (col centro nel luogo di osservazione) riducendo nello stesso rapporto le intensità i_1 e i_2 osservate a due diverse altezze sull'orizzonte, fa ricavare dalle equazioni (I) sempre lo stesso valore di p, per quanto la percentuale effettiva di radiazione

che passa attraverso l'intera atmosfera diminuisca necessariamente di tutto quanto resta assorbito nella detta cupola di vapori. Se poi questa non è perfettamente sferica, o il centro non è precisamente nel luogo d'osservazione, il valore calcolato di p cambierà un poco da quello che risulta nei giorni sereni, ma non mai tanto quanto cambia la trasmissione effettiva. Insomma, nell'ipotesi di un tale inviluppo di vapori, il metodo di Bouguer per trovare il coefficiente di trasmissione cade necessariamente in difetto. E allora, come ci si può esimere dal dubbio, che una tale nube di pulviscolo (se non di vapori) più o meno densa sia presente intorno all'isola anche nei giorni più sereni, e che la determinazione di p sia in conseguenza sempre fallace? In tal caso si giungerebbe alla conclusione curiosa, che sarebbero preferibili per queste ricerche gli Osservatori poco elevati ed in mezzo ad un'estesa pianura, anzichè quelli altissimi in una piccola isola, perchè attorno ai primi il pulviscolo si stenderà necessariamente in strati orizzontali, anzichè in strati di forma emisferica.

Se non è soddisfacente il confronto fra i valori di p ottenuti nei varî giorni in una medesima stazione, è almeno soddisfacente *a prima vista* il confronto fra i valori ottenuti in stazioni diverse, nel senso che risultano trasmissioni notevolmente maggiori per le stazioni più alte, specialmente se si considerano le radiazioni di corta lunghezza d'onda, che son quelle che rimangono più facilmente assorbite dall'atmosfera. In particolare risulta che fra le tre stazioni al disotto dei 100 m.: Potsdam, Orotava e Washington, la prima presenta le migliori condizioni di trasparenza, l'ultima le peggiori. Molto rassomiglianti poi sono i risultati ottenuti nelle due stazioni Pedrogil (1950 m.) e Alta Vista (3260 m.) da un lato e Mount Wilson (1780 m.) e Mount Whitney (4420 m.) dall'altro, in queste ultime con metodo bolometrico.

Una volta ottenuti i valori di p, una qualunque delle equazioni (1) fornisce subito il valore di I, cioè dell'intensità luminosa dei raggi di una determinata regione dello spettro, considerati fuori dell'atmosfera. Queste intensità riferite per il momento alle lampadine vennero poi ridotte ad una medesima sorgente luminosa, confrontando gli spettri delle dette lampadine con lo spettro di una luce normale fornita da quello strumento che i fisici hanno convenuto di chiamare *corpo nero*. E così infine Müller e Kron arrivarono a conoscere la distribuzione dell'energia in undici punti dello spettro solare, ottenendo una curva d'intensità somigliantissima a quella ottenuta da Abbot col metodo bolometrico. Infine per mezzo di certe formole empiriche (di Wien e di Planck) che legano l'intensità di radiazione per le diverse lunghezze d'onda alla temperatura del corpo radiante, ottennero anche la temperatura assoluta del sole in 6332°, pure in buon accordo coi risultati ottenuti da altri autori.

Tutto questo sta bene naturalmente, se i valori di p ottenuti col metodo Bouguer spiegato in principio sono effettivamente quel che vogliono significare, cioè le percentuali di intensità trasmessa dall'atmosfera in direzione verticale. Ora c'è un modo di verificare facilmente, se la trasmissione effettiva va d'accordo con quella calcolata. Poichè si conoscono i valori delle intensità i, i' osservate ad Alta Vista (3260 m.) ed a Pedrogil (1950 m.), il rapporto di queste intensità $\frac{i'}{i}$ darà senz'altro la trasmissione dello strato d'aria compreso fra queste due stazioni, e calcolando la massa di quest'aria si potrà vedere se e quanto questa tra

smissione *effettiva* di una piccola parte dell'atmosfera si concilia con quella calcolata per tutta l'atmosfera. Ebbene, fatti i calcoli con tutti i controlli possibili, ci è risultato che la trasmissione del detto strato di 1300 m. di spessore è *minore* della trasmissione trovata colla teoria di Bouguer per tutta quanta l'atmosfera al di sopra di Pedrogil. In altri termini *la parte assorbirebbe più del tutto!*

È precisamente la stessa contraddizione che avemmo già occasione di notare in una nuova riduzione delle già ricordate ricerche di Müller e Kempf fra Catania e l'Etna: ma là si trattava della radiazione complessiva delle stelle, e c'era il dubbio che le condizioni anormali della trasparenza in Catania contribuissero a imbrogliare le cose. Qui la cosa è assai più grave, perchè si tratta invece di radiazioni quasi monocromatiche e di osservazioni eseguite in ottime condizioni di trasparenza.

Non abbiamo mancato di sottoporre questi risultati al prof. Müller, nostro venerato maestro, ed egli non ha trovato nulla da obbiettare, se non questo che la nostra determinazione diretta della trasmissione richiederebbe, per essere pienamente rigorosa, che le misure d'intensità confrontate fossero state ottenute simultaneamente nelle due stazioni, altrimenti rimane sempre il dubbio che l'assorbimento possa esser cambiato profondamente da una settimana all'altra.

E anche questo è giustissimo, ma il nostro risultato si fonda sulla media di 8 giorni di osservazione in una stazione e di 7 nell'altra, e queste medie devono pure rappresentare qualche cosa di normale, da supplire in certo modo alla mancanza della simultaneità. In ogni modo la contraddizione c'è, e se è facile proporre delle spiegazioni, molto più difficile è il dimostrare che queste contraddizioni non possono influire sul risultato finale.

La conclusione che crediamo di poter trarre da questa discussione è che il metodo di Bouguer applicato a questo genere di osservazioni per determinare il coefficiente di trasmissione, non va per qualcuna di queste ragioni:

1° o perchè le zone di spettro che si possono esaminare collo spettrofotometro di Glan-Vogel non sono sufficientemente monocromatiche, cioè non eliminano del tutto l'influenza dell'assorbimento selettivo;

2° o perchè la trasparenza varia molto rapidamente coll'altezza, anche al di sopra dei 2000 m. e con un'atmosfera limpida come quella di Teneriffa (1);

3° o perchè la trasparenza varia sensibilmente nel corso del giorno a misura che il sole si alza sull'orizzonte.

Così stando le cose, è forse alquanto prematuro il parlare di costante solare fino ai millesimi di caloria, o di temperatura del sole con errori probabili di alcune diecine di gradi. C'è invece molto da sperare che future applicazioni delle belle ricerche spettrofotometriche del Müller, e sopratutto con osservazioni simultanee in due stazioni a differente altezza sul livello del mare, finiscano per farci scoprire la vera causa di queste singolari manifestazioni dell'assorbimento atmosferico.

bmp.

(1) Questa rapida variazione della trasparenza coll'altezza ci è già risultata, e proprio per l'isola di Teneriffa, nel discutere i risultati delle osservazioni pireliometriche di Angström.

Geodinamica.

I fenomeni luminosi del terremoto. — Nelle relazioni dei terremoti tanto antichi quanto moderni, e soprattutto quelli di eccezionale gravità, si fa spesso menzione di fenomeni luminosi speciali e più o meno strani che li avrebbero accompagnati, producendosi alcune volte prima, talora dopo e più sovente al medesimo istante. Più frequentemente il fenomeno assume la forma di baleno o di bagliore, denominato *lampo sismico;* ma non mancano altre apparizioni di forma particolare, come fiammate, fiammelle colorate e vaganti, scintille, sfere e trombe luminose, masse di vapore fosforescente, e le così dette *travi* e *colonne di fuoco*. In generale, si tratta di accenni vaghi o di descrizioni non bene precisate intorno ai fenomeni di cui ci vogliamo occupare, talchè sono pochissime le osservazioni che abbiano un carattere veramente scientifico. E questo spiega la disparità delle opinioni dei sismologi non solo sulla probabile spiegazione di tali fenomeni, ma perfino sulla loro reale esistenza! Così, non è mancato chi abbia sospettato che la sensazione di luce si riduca ad un vago fenomeno subbiettivo, provocato dall'urto delle rovine o dallo spavento; ed altri, forse con più ragione, pensano che si tratti di casuali coincidenze tra il terremoto e varî fenomeni luminosi comunissimi, quali lampi dovuti a temporali vicini o lontani, bolidi, incendî provocati dal rovesciamento di lampade, riflessioni di luce nelle nubi, e perfino fiammate e scintille dovute a rottura di fili elettrici, ecc.

Riflettendovi un poco, è facile convincersi che mentre simili manifestazioni di luce, anche se dovute a qualche causa straordinaria, non riescono ad impressionare alcuno in condizioni normali della vita, possono invece assumere tutt'altro aspetto durante il fenomeno terrificante del terremoto, quando la nostra *psiche* è turbata e quindi sospesa, più o meno completamente, la padronanza su noi stessi e talora la nozione precisa del tempo e dello spazio. Ed io non trovo esagerato che in queste condizioni anormali di spirito, perfino un momentaneo e vagante bagliore, penetrato in una stanza e semplicemente dovuto all'accensione d'una candela nella casa di rimpetto, subito dopo la scossa, possa essere ritenuto come un effetto sorprendente e misterioso della stessa! A coloro poi che osservassero come alcuni fenomeni luminosi siano stati rilevati prima del terremoto e cioè quando il panico non potrebbe essere invocato, bisogna ricordare che l'uomo è portato, per sua natura, a mettere alcuni avvenimenti di straordinaria importanza in correlazione con fatti di ogni specie i quali, in condizioni normali, passerebbero affatto inosservati.

Il chiarissimo prof. I. Galli si è recentemente interessato a tale questione e, per meglio risolverla, ha avuto la pazienza di scorrere le relazioni di numerosi terremoti e poi, con lodevole intento, ha creduto di riunire in una grossa Memoria i documenti relativi a 148 tra i medesimi dall'anno 89 av. Cristo fino al marzo 1910, nei quali si avvertirono fenomeni di luce (1). L'autore stesso ritiene che non tutti questi documenti, specialmente alcuni dei più antichi, possano aversi per prova sicurissima; ma pensa che parecchi dei più recenti sono tanto autorevoli pel numero delle testimonianze concordi e pel valore scienti-

(1) Raccolta e classificazione dei fenomeni luminosi osservati nei terremoti. *Boll. Soc. Sismol. ital.*, XIV, pag. 221.

fico di alcuni relatori diligentissimi e circospetti, da rimuovere ogni dubbio, sicchè la realtà obbiettiva dei fenomeni luminosi sarebbe ampiamente dimostrata. Egli aggiunge che non abbiamo il diritto di negarla per molti altri casi, in cui fenomeni simili furono osservati e narrati spontaneamente soltanto da qualche persona colta, degna di fede e senza predisposizione a sostenere teorie sismologiche. Alla fine della sua Memoria, il Galli azzarda anche qualche ipotesi per interpretare parecchi dei fenomeni in questione, e promette di raccogliere in una prossima Appendice altre notizie riguardanti i medesimi.

Ho già fatto rilevare che non tutti gli scienziati sono disposti ad ammettere la realtà dei fenomeni ottici speciali, dipendenti dalle scosse telluriche. Così, quell'acuto ingegno che fu il celebre astronomo e fisico P. Secchi, recatosi a Norcia per studiare gli effetti di un disastroso terremoto ivi avvenuto il 22 agosto 1859, ritenne assolutamente immaginarî certi fenomeni luminosi di cui udì parlare, ed ebbe ad esprimersi nel seguente modo: " Le fiamme e le colonne di fuoco, " le metteremo tra i soliti racconti popolari, prodotti per lo meno dalla fantasia " esaltata, non essendovi testimonio autentico in prova; tanto più che è impos" sibile vedere la fiamma a distanza in pieno giorno come era allora ".

Il valentissimo sismologo P. Bertelli, a proposito di alcuni chiarori fuggevoli apparsi nel memorando terremoto ligure del 23 febbraio 1887, non dubitò della loro realtà, ma suppose che anzichè ad effetto elettrico, potessero essere ascritti a semplici accensioni di fughe d'idrogeno solforato o carburato abbastanza caldo, proveniente dalla profondità del sottosuolo e giunto a contatto coll'ossigeno dell'aria atmosferica. Ed egli stesso non escludeva la possibilità che sotto l'impressione paurosa d'un urto sismico, il nervo ottico dia una passeggera sensazione di scintillamento, come gli venne assicurato da parecchie celebrità mediche (1).

Credo anche utile ricordare che quando fui inviato espressamente nel Vallo Cosentino per studiare il terremoto che danneggiò Bisignano il 3 dicembre 1887, appena giunto a Roggiano mi fu riferita, tra le notizie più interessanti, anche quella di una colonna di fuoco che avrebbe accompagnato la scossa. Ebbene, dopo una lunga e minuziosa inchiesta, nella quale le varie persone da me interrogate dicevano d'aver saputo la cosa da altri, io riuscii a stabilire che lo strano fenomeno era stato, in fondo, osservato da una *sola* persona e precisamente da un contadino che si trovava in aperta campagna, col quale finalmente potei parlare, ricevendone l'impressione che si trattasse di cosa non seria (2).

Il disastrosissimo terremoto Calabro dell'8 settembre 1905 è citato dal Galli come quello in cui il maggior numero di notizie positive autorizzi a riconoscere la realtà dei fenomeni luminosi in questione. Egli vi consacra ben 14 pagine nella sua Memoria, riportando numerosi fatti raccolti dal Baratta, dal Mercalli, dal P. Alfani, dal P. Ghignoni nella loro visita in Calabria, e soprattutto dal Rizzo, in seguito a questionarî da lui inviati nei luoghi più o

(1) Sui fenomeni luminosi del terremoto. — Lettera del P. T. Bertelli nel giornale fiorentino *Fieramosca* del 4-5 giugno 1895.

(2) Di questo preteso fenomeno luminoso non si fa cenno nella *Raccolta* del Galli.

meno colpiti. L'impressione che si riceve dalla lettura di tante notizie è senza dubbio quella che non siano mancate delle manifestazioni luminose; ma, avuto riguardo alle evidenti contraddizioni di ogni genere, si rimane sempre perplessi se trattisi di fenomeni dipendenti effettivamente dal terremoto. E posso dir questo con una certa cognizione di causa, in quanto che io stesso mi sono recato in Calabria, pochissimi giorni dopo la catastrofe, insieme all'ing. L. Baldacci, per incarico del Ministro di Agricoltura, Industria e Commercio, e per conseguenza siamo stati in grado di fare ricerche, quando ancora era fresca la memoria dei fatti avvenuti. Ed invero, partiti da Roma 8 giorni soltanto dopo il terremoto, abbiamo visitato gran parte della Calabria entro lo stesso mese di settembre, mentre le inchieste eseguite da altri si sono potute effettuare ben più tardi. Io poi mi sono interessato, in modo particolare, ai fenomeni luminosi, dei quali si parlava in molte località e specialmente a Monteleone Calabro. Ebbene, debbo dire francamente che le notizie pervenute a mia conoscenza sono state tutt'altro che soddisfacenti, non solo per la diversa descrizione del fenomeno da persona a persona anche della stessa località, ma altresì per la discordanza, talora gravissima, circa il momento in cui fu osservato, vale a dire prima o dopo la scossa o concomitante con la stessa. Ed a questa conclusione sono dovuto arrivare anche per la stessa Pizzo, che si citava come località sulla cui spiaggia il fenomeno era stato maggiormente osservato. Infatti, non dando importanza alle deposizioni di persone che ne parlavano come di cosa veduta da altri e non da loro stesse, ma ricercando quelle soltanto che erano state proprio *testimoni oculari*, non si arrivò fra tante persone, che in quella notte appunto stavano lavorando in riva al mare, a trovarne che una la quale aveva osservato una specie di stelle cadenti: l'una 3/4 d'ora e l'altra 1/4 d'ora prima del terremoto! Ripeto non potersi negare le manifestazioni luminose osservate da molti, ma bisogna andare assai cauti nell'attribuirle a causa sismica, piuttosto che a cause più semplici e conosciute (1).

Ed ora passiamo all'altro ancor più importante terremoto di Valparaiso del 1906, pel quale una Commissione investigatrice raccolse le risposte ad appositi questionari anche sui fenomeni luminosi. Le medesime hanno offerto al conte De Montessus de Ballore — il ben noto e valente sismologo, attualmente direttore del servizio sismico al Chili — l'opportunità di una discussione allo scopo di rendersi conto di ciò che realmente avvenne (2). Risultò che sopra 135 risposte, circa una metà furono recisamente o implicitamente negative, e che quasi tutte le restanti potevano trovare la loro spiegazione naturale in fatti comuni ben noti. Così, numerose osservazioni di lampi erano spiegabili col fatto che

(1) Lo stesso signor L. Locatelli, corrispondente del giornale *La Patria*, ecco come si esprimeva nel N. 260 del 19 settembre 1905, a proposito di questi pretesi fenomeni luminosi: « A questa visione delle cose si debbono attribuire tutte le leggende venute « fuori in questi giorni. Vi sono stati colleghi che hanno raccolto, per esempio, le testi- « monianze di chi ha veduto folgorare sull'orizzonte delle luci indefinibili, rossastre: « altri hanno veduto dei lampi ed udito scoppiare la folgore tre volte: uno ha visto, « dopo il terremoto, un sole purpureo sorgere a un tratto dietro i monti, un altro una « croce di fuoco, ecc. ».

(2) Fenomeni luminosi speciali che avrebbero accompagnato il terremoto di Valparaiso del 16 di agosto 1906. *Boll. Soc. Sismol. ital.*, XVI, pag. 77.

su tutto il Chili centrale e meridionale regnava un gran temporale o, per lo meno, il tempo era assai sconvolto; altre luci straordinarie poterono prodursi per la caduta di pali telegrafici, telefonici e quelli dei tramvia elettrici e per conseguenza per il contatto tra i varî fili, e poterono essere viste direttamente o riflesse dalle nubi basse che coprivano la città. Nè mancò qualche osservazione dovuta ai fasci di luce lanciati dalle navi da guerra sulla città per agevolare il salvataggio, dopo che cessò l'illuminazione in seguito alla rovina delle officine generatrici della corrente elettrica. Alcuni altri fatti potrebbero spiegarsi con fulmini globulari durante la tempesta che imperversava, e perfino con aeroliti, bolidi o semplici stelle filanti. Il conte di Montessus ne inferisce, in modo categorico, che nessun fenomeno luminoso particolare accompagnò il terremoto di Valparaiso e, proprio all'opposto del Galli, conclude che verosimilmente sarà stato così anche per i 148 terremoti da lui studiati, in modo da poter esser tentati di dire: *Ab uno disce omnes.*

Ma contro queste conclusioni starebbero quelle che vengon fuori da un ricco materiale di notizie raccolte per un recente terremoto nell'Europa Centrale (1). Si tratta di 43 più o meno particolareggiate relazioni divise nei seguenti 3 gruppi principali, secondo le varie manifestazioni luminose:

1° Fiamme uscenti dal suolo.

2° Raggi infuocati uscenti dal suolo e formanti globi di fuoco.

3° Splendori nell'atmosfera simili a lampi.

Dalla discussione dei fatti osservati tanto in questo terremoto quanto in altri precedenti, vien fuori in modo indiscutibile, stando agli autori della Memoria, che nei veri terremoti possono avvenire fenomeni luminosi i quali non sono rapportabili a cause fin qui conosciute, o per lo meno non ancora bene chiarite. Queste cause potrebbero essere l'incendiarsi di gas infiammabili uscenti dal suolo per la compressione di strati profondi in seguito al passaggio delle onde sismiche, ed anche alla produzione di scariche di elettricità prodotta dallo sfregamento tra loro degli strati in movimento. In quanto a quest'ultima ipotesi, gli autori fanno riflettere che in sì violenti fenomeni della natura, quali sono i terremoti, possono essere sviluppate forze e prodotte azioni delle quali noi, in base alle nostre ricerche di laboratorio, abbiamo appena un'idea. E press'a poco alle stesse conclusioni sono pervenuti due altri scienziati tedeschi che si sono pur essi interessati, in modo indipendente, ai fenomeni luminosi nello studio del predetto terremoto (2).

Come si vede, la questione è ancora ben lontana dall'essere risoluta. E poichè nelle ricerche scientifiche non è bene di voler accettare i fatti con troppo ottimismo, e d'altra parte neppure è prudente di negarli ad ogni costo in seguito ad idee preconcette, così a me pare che prima di pronunciarsi in modo definitivo, sarà bene attendere l'avvenimento di altri terremoti, con l'augurio che

(1) Dr. A. v. Schmidt und prof. dr. K. Mack: Das süddeutsche Erdbeben vom 16. November 1911. *Sonderabdruck aus den Württembergischen Jahrbüchern*, ecc., 1912, pag. 96.

(2) L. Neumann und W. Deeke: Das Erdbeben vom 16. November 1911 in Südbaden. *Mitteilungen der Grossherzoglich Badischen Geolog. Landesanstalt*, VII, 1912, pag. 149.

vengano studiati in modo ancor più particolareggiato in confronto dei precedenti, specialmente per ciò che si riferisce al problema qui discusso, e sul quale il prof. Galli ha il merito d'aver richiamata l'attenzione dei sismologi.

G. Agamennone.

Fenomeni astronomici nel mese di aprile 1913.

(Le ore indicate sono espresse in T. M. C. dell'E. C.).

Il *Sole* entrerà nel segno del *Toro* il giorno 20 a $18^h 3^m$.

Il giorno 6 da circa 17^h a 20^h avrà luogo un'eclisse parziale di Sole. A noi invisibile, sarà visibile al polo Nord nell'estremo punto N E della Siberia e in tutta la regione N W dell'America settentrionale: sarà eclissato al massimo 0,424 del diametro solare:

Fasi della *Luna:*

Luna nuova	il giorno	6	a	$18^h 48^m$
Primo quarto	„	14	„	6 39
Luna piena	„	20	„	22 33
Ultimo quarto	„	28	„	7 9
Apogea	„	2	„	20 —
Perigea	„	18	„	18 —
Apogea	„	30	„	14 —

Massima declinazione boreale della Luna, il giorno 12 : $+28°42'$
„ „ australe „ „ 25 -28.40.

Mercurio: diam. app. 8″; sarà visibile nel crepuscolo mattutino intorno al giorno 25, epoca di sua massima elongazione mattutina occidentale (27° 12′); attraverserà il nodo ascendente il giorno 9 ad ore 15 e si troverà in congiunzione con la Luna il giorno 5 ad ore 11 (1° 29′ a nord della Luna).

Venere: diam. app. da 15″ a 59″; porzione illuminata del disco il 15 aprile 0,04; sarà visibile alla sera verso ponente fin quando, verso la fine del mese, s'immergerà nei raggi solari per passare davanti al Sole il giorno 25; il giorno 3 ad ore 21 sarà stazionaria; andrà in congiunzione con la Luna il giorno 8 ad ore 18 (4° 1′ a nord della Luna).

Marte: diam app. 5″; il giorno 15 sarà illuminato per la porzione 0,94 del suo disco; sarà visibile col cannocchiale, ad oriente, prima del levar del Sole; passerà in congiunzione con la Luna il giorno 3 ad ore 3 (1° 34′ a nord della Luna).

Giove: diam. app. da 37″ a 41″; sarà visibile nella seconda metà della notte verso oriente, nella costellazione del *Sagittario;* il giorno 7 giungerà alla quadratura col Sole; passerà in congiunzione colla Luna il giorno 26 ad ore 15 (5° 9′ a nord della Luna).

Saturno: diam. app. 18″; sarà visibile alla sera ad occidente nella costellazione del *Toro;* passerà vicino alla Luna il giorno 10 ad ore 12 (6° 22′ a sud della Luna).

Urano: diam. app. 4″; sarà un po' visibile al mattino, nella costellazione del *Capricorno*; passerà in congiunzione con la Luna il giorno 28 a ore 6, e nello stesso giorno a ore 10 giungerà alla quadratura col Sole.

Nettuno: diam app. 2"; sarà visibile alla sera nella costellazione dei *Gemelli*; stazionario il giorno 4, giungerà alla quadratura col Sole il giorno 13 ad ore 20; passerà vicino alla Luna il giorno 14 ad ore 4 (5° 31′ a sud della Luna).

Dal giorno 19 al 22 si potranno osservare rapide *stelle filanti,* essendo il 20 l'epoca delle *Liridi* che hanno per centro radiante la stella 104 d'Ercole.

Occultazioni notevoli, di stelle dello Scorpione dietro la Luna, si avranno nella notte 22-23 aprile; per l'occultazione di π *Scorpii* di grandezza 3.0, il consocio signor R. Pirovano dà i seguenti elementi: (α = angolo al polo, H = altezza sull'orizzonte).

23 aprile 1913 — Occultaz. di π Scorpii:

	Immersione			Emersione		
	h m s	α	H	h m s	α	H
Torino	3 42 25	119°	17°	4 57 10	271°	11°
Milano	44 31	118	16	58 12	271	9
Firenze	49 46	120	19	3 19	269	9
Roma	54 3	122	17	6 51	265	10
Napoli	58 26	123	17	10 2	263	9
Catania	4 4 49	128	19	14 12	257	11

La Luna sarà nel suo 17mo giorno, presso al tramonto.

Si potrà osservare la *luce zodiacale* nelle sere con cielo sereno e senza Luna.

G. A. Favaro.

Personalia.

Con R. Decreto 23 gennaio 1913 il chiarissimo nostro consocio prof. comm. Giuseppe Lorenzoni, ordinario di Astronomia nella R. Università di Padova e direttore dell'Osservatorio annesso alla cattedra, è stato, a sua domanda, collocato a riposo per avanzata età ed anzianità di servizio, dal 1° gennaio 1913.

Auguriamo al venerato Maestro che lo sgravio dalle cure dell'insegnamento e dell'Osservatorio abbia a ritemprare la sua fibra e che Egli sia conservato ancora per molti anni alla scienza e al nostro affetto.

***

Con Decreti Ministeriali 25 e 30 gennaio 1913, il prof. dott. Antonio Maria Antoniazzi cessa da astronomo titolare dell'Osservatorio astronomico di Padova ed è nominato, in seguito a concorso, per l'anno 1912-13, professore straordinario di Astronomia nella R. Università di Padova e direttore dell'Osservatorio astronomico annesso alla cattedra. Congratulazioni all'egregio nostro consocio.

Pubblicazioni ricevute.

E. Millosevich. — Il Calendario arabo. (Estratto dal *Bollettino della Reale Società Geografica*, fasc. I, 1913, Roma).

Caldarera F. — Trattato dei determinanti (Palermo, Tip. Virzì, 1913).

La navigazione aerea, rivista italiana d'aeronautica. Anno II. 1° genn. 1913 (Roma).

Weinek L. — Einfache graphische Ableitung der Hauptformel des Passagen instrumentes im Meridian und im ersten Vertikal. (*Kais. Ak. d. W. in Wien. Math-naturw. Klasse*, CXXI, 2ª, 1912).

Negri G. — Sobre algunos elementos sismicos de los terremotos sud-andinos. (San Juan, 1894) - (Valparaiso, 1906) - (Capiapò, 1909) - (San Juan, 1913).

Paul Stroobant, astron. à l'Observ. r. de Belgique. — Les progrès récentes de l'Astronomie (V. Année 1911). — (Estratto dall'*Annuario astronomico dell'Osservatorio reale del Belgio*. (Bruxelles, 1912).

Prof. C. Alasia. — Divagazioni su di un celebre problema della meccanica celeste. (Estratto dalla *Rivista di Fis., Matem. e Sc. Naturali*. Pisa, settembre-ottobre 1912).

— Alcune proposizioni di geometria. (Estratto dalla *Rivista di Fis., Matem. e Sc. Naturali*. Pisa, luglio 1912).

Rivista ligure di Scienze, Lettere ed Arti. XXXIX, 6° (Novemb.-dic. 1912).

La colonia della salute. Anno I, n. 2, 3, 4, 5 e 6. Uscio (Genova).

La Navigazione aerea — Rivista italiana d'aeronautica. Anno I, n. 2.

G. A. Favaro. — Sulla flessione del piccolo meridiano Bamberg del R. Osservatorio Astronomico di Torino. (*Atti della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti*. Torino, 1912).

Bollettino della Società Fotografica Italiana. XXIII, 9ª e 10ª. (Firenze, settembre-ottobre 1912).

G. Raymond. — Les merveilles du Monde sideral, catalogue descriptif des étoiles doubles et multiples, amas, nebuleuses, etc., visibles dans l'hémisphère Nord à l'usage pratique des amateurs d'Astronomie. Fasc. II. (Paris).

Principe Troubetzkoy. — Osservazioni di Saturno. Opposizione del 1912. Estratto dagli *Atti dell'Ateneo di Bergamo*).

Nuove adesioni alla Società.

Sig. Ferdinando Morini, Milano.

Sig. Paolo Stipa, ufficiale postelegrafico, Ascoli Piceno.

Prof. Giovanni Vacca, Roma.

Una grave sciagura ha colpito il 2 marzo u. s. il cav. Giuseppe Oseletto, nostro ottimo consocio e Revisore dei conti, colla perdita della sua buona sorella **Teresa**, mancatagli quasi improvvisamente, dopo poche ore di sofferenza!

All'amico, al collega così duramente provato dalla sventura negli affetti famigliari più intimi, giunga oltre all'unanime rimpianto, anche l'espressione del nostro vivo cordoglio.

Errata-Corrige.

pag. 77,	linea 13,	*in luogo di*	ombre dei	*leggasi*	ombre degli
» 84,	» 14,	»	sen $\alpha = 1043$	»	sen $\alpha = 0{,}1043$
» 94,	» 27,	»	ratto	»	tratto

Balocco Tommaso *gerente responsabile*.

Torino, 1913. — Stabilimento Tipografico G. U. Cassone succ., via della Zecca, n. 11.